



## المجلة العراقية للعلوم الإحصائية

<http://stats.uomosul.edu.iq>



### التنبؤ المكاني عن بيانات الكبريت الحقيقية باستخدام تقنية كريكنك الاعتيادي وكريكنك اللوغاريتم الطبيعي

نجلاء صديق يحيى

قسم الرياضيات، كلية التربية للعلوم الصرفة، جامعة الموصل، الموصل، العراق

#### الخلاصة

يتناول هذا البحث عملية التقدير المكاني لأجل الحصول على التقدير الأمثل عندما تتوزع البيانات توزيعاً طبيعياً. استخدمنا في هذا البحث تقنية كريكنك الاعتيادي وكريكنك اللوغاريتم الطبيعي بعد أخذ لوغاريتم لبيانات الكبريت الأصلية. استخدمنا دالة الفايروكرام (variogram function) في هذا البحث للحصول على أفضل نموذج لدالة التغير. الهدف من هذا البحث هو تقييم كريكنك الاعتيادي واللوغاريتم الطبيعي لكريكنك (lognormal kriging) وإيجاد القيم المتطرفة. البيانات المعتمدة في هذا العمل هي من الدراسة الهيدروجيولوجية المائية لمحافظة الموصل/العراق. من خلال النتائج، تبين ان الأخطاء في القيمة المقدرة بالغة الأهمية لتباين المقدر والتي تبدو صغيرة جداً. وكذلك من خلال النتائج التي تم التوصل المدعومة بالرسوم البيانية نلاحظ أن اللوغاريتم الطبيعي لكريكنك له تأثير أكثر من تقنية كريكنك الاعتيادي (ordinary kriging) تحت عملية التنبؤ وذلك من خلال تطبيق اختبارات الخطأ والتي بدت صغيرة جداً والتي تدعم القيم التنبؤية لبيانات الكبريت المكانيّة. تم استخدام لغة ماتلاب البرمجية للحصول على النتائج العملية.

#### معلومات النشر

تاريخ المقالة:  
تم استلامه في 28 نوفمبر 2021  
تم القبول في 22 نيسان 2022  
تم القبول في 30 نيسان 2022  
متاح على الإنترنت في 1 يونيو 2022  
الكلمات الدالة:  
البيانات المكانيّة، دالة الفايروكرام، الكريكنك الاعتيادي، اللوغاريتم الطبيعي لكريكنك.

#### المراسلة:

نجلاء صديق يحيى  
[najla.sedek@uomosul.edu.iq](mailto:najla.sedek@uomosul.edu.iq)

DOI: [10.33899/IQJOSS.2022.174330](https://doi.org/10.33899/IQJOSS.2022.174330), ©Authors, 2022, College of Computer Science and Mathematics, University of Mosul  
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

#### مقدمة Introduction

التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي هو شكل خاص من التوزيع له منوال واحد فقط، ولكنه أكثر انحرافاً من ذي الحدين السالب. (Garcia 2010, Eldeiry) يستخدم نظام (kriging) للتنبؤ بالقيمة حسب أنواع طرق الاستيفاء. عندما تتبع لوغاريتمات الأعداد توزيعاً عادياً للتردد، يجب أن تتبع الأعداد الأصلية توزيعاً لوغاريتمياً عادياً منفصلاً. غالباً ما يوفر التحويل اللوغاريتمي للأعداد نموذجاً تقريبياً مفيداً لتطبيع البيانات في التوزيع ذي الحدين السالب. يمكننا تحليل كيفية توزيع القوة عبر العقد بطريقة مشابهة لتحليل توزيعات الدرجات. في الواقع، يشير تحليل شبكات الاتصال البنوية البشرية التي تم إنشاؤها باستخدام الانتشار إلى أن كلا من توزيع القوة وتوزيع درجات شبكات الدماغ لهما شكل مماثل (Hagmann et al, 2007).

في علوم الأحياء على وجه الخصوص، تم التعامل مع تطبيق اللوغاريتم الطبيعي وكذلك التوزيع اللوغاريتمي في عدد من الجوانب المختلفة، بالإضافة إلى تطبيقه في البيئة والجيولوجيا والنباتات والأرصاء الجوية، انظر (Crow et. al, 1988) كما يتم تطبيقه في الفيزياء الفلكية، انظر (Parravano et. , 2012). يمكن تعريف التوزيع اللوغاريتمي العادي بأنه توزيع متغير عشوائي. في الآونة الأخيرة، تم اقتراح توزيعات لوغاريتم لابلاس لنمذجة معدلات النمو كأسعار الأسهم وأسعار صرف العملات، كما تم تقديم توزيع متجه عشوائي يتبع لوغاريتم التوزيع الطبيعي للنظام، وهو تعميم أسي لقوة التوزيع الطبيعي، هذه عائلة من التوزيعات الطبيعية المعممة الأبعاد.

قدم الباحثون أيضاً جمع ونشر معلومات التربة في بعض المشاريع العلمية مثل (Rossiter et al., 2015). نظراً لأنه يمكن الحصول على معلومات التربة من الحقول الزراعية، فمن الأهمية بمكان الاستفادة من البيانات واستكشاف التطبيقات المهمة (Mao et al, 2014.; Pie et al, 2010)

#### 2. طرق البحث Research Methods

1-2 دالة الفاريوكرام ( variogram function )

لتكن  $z(u)$ ،  $z(u+h)$  متغيرين عشوائيين في الموقعين  $u$ ،  $(u+h)$ ، بالاعتماد على الازاحة  $(h)$ . والتغير بين الكمييتين يمكن كتابته كالآتي:

$$2\gamma(u, h) = E\{[z(u) - z(u+h)]^2\}$$

بشكل عام دالة الفاريوكرام ( variogram function )، والتي يرمز لها بالرمز  $2\gamma(u, h)$  تعرف كالآتي:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z(u) - z(u+h)]^2 \quad (1)$$

2-2 كريكنك لاعتيادي ( Ordinary kriging )

المقدر لكريكنك الاعتيادي يعرف كالآتي:

$$\hat{z}_{ok}(u_o) = \sum_i \omega_i z(u_i) \quad (2)$$

حيث ان

$$\omega_i = \lambda_{ok_i}$$

واوزان كريكنك يمكن الحصول عليها من حل النظام التالي:

$$\sum_i \omega_i \gamma(u_i, v_j) + \tau = \gamma(v_j, u_o), j = 1, \dots, n \quad \sum_i \omega_i = 1, \quad (3)$$

حيث  $\tau$  هي مضروب لكرانج. وفي حالة فرض الاستقرار فان دالة التغير موجودة ودالة الفاريوكرام تعرف كما يلي:

$$\gamma(h) = c(0) - c(h).$$

ونظام كريكنك يمكن كتابته :

$$\sum_i \omega_i c(u_i, v_j) + \tau = c(u_i, u_o), j = 1, \dots, n ,$$

$$\sum_i \omega_i = 1$$

3-2 اللوغايتم الطبيعي لكريكنك lognormal kriging

افرض لدينا  $z(u)$  لها معلمتين لتوزيع اللوغاريتم الطبيعي. يعد اللوغاريتم الطبيعي لثلاث معلمات امتداداً بسيطاً لحالة المعلمتين

$$F(u) = \ln z(u) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2).$$

اذا المعدل والتباين ودالة التغير والتي يرمز لها  $c(h)$  و  $M, \Sigma$  تعرف من الخواص التالية:

- 1-  $E[z(u)] = M = \log\left(\frac{-\sigma^2}{2}\right)$
  - 2-  $var[Z(u)] = \log\left(1 + \frac{-\sigma^2}{m^2}\right) = C(0)$
  - 3-  $Cov(h) = \log\left(1 + \frac{-\sigma^2}{m^2}\right)$
  - 4- variogram  $\gamma(h) = C(0) - C(h)$
- $$\hat{z}_{oLk}(u_o) = \exp\left[F(u) + \frac{\sigma_{oLk}^2}{2} + \tau\right]$$

حيث  $C(h)$  التغير ل  $F(u)$  ويمكن قياس انحراف التوزيع عن طريق حساب معامل الاختلاف  $\eta$  و  $z(u)$ .

$$\eta^2 = \frac{variance}{mean^2} = \exp(\sigma^2) - 1 \quad (4)$$

يعطى المقدر لكريكنك اللوغاريتم الطبيعي  $\hat{z}_{oLk}(u_o)$

$$\hat{z}_{oLk}(u_o) = \exp\left[\sum_i \omega_i F_i + \frac{\sigma_{oLk}^2}{2} + \tau\right] \quad (5)$$

حيث ان  $\omega_i = \sum_i \lambda_{oLk_i}$

يمكن الحصول على عوامل الاوزان ومضروب لكرانج وتباين كريكنك  $\sigma_{oLk}^2$  من خلال حل النظام التالي:

$$\sum_i \omega_i P(u_i, v_j) + \tau = P(v_j, u_o), j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$\sum_i \omega_i = 1,$$

من الواضح  $\sigma_{oLk}^2$  ومضروب لكرانج في هذا النظام تعتمد خطياً على قيمة (sill) لدالة الفايروكرام للوغاريتم الطبيعي على عكس الاوزان. ان تأثير القيم المتطرفة في مجموعة البيانات المتشابهة يتم قياسها كماً وباستخدام المصطلحات التي اقترحها (Barnett & Lewis (1978) والقيم الكبيرة تكون متباعدة على فرض ان مجموعة البيانات تكون طبيعية. حيث  $(Z_1 = \alpha Z)$  وعلى فرض ان قيم العينة جميعها متساوية باستثناء قيمة واحدة. وفي حالة كريكنك الاعتيادي فان المتوسط معلوم، لتكن  $(Z_j = Z, j \neq 1)$ .

#### 4-2 كريكنك الاعتيادي (Ordinary kriging)

عند تعويض قيم  $Z_i$  في معادلة (1) نحصل على :

$$\hat{z}_{ok}(u_o) = z[1 + \omega_1(\alpha - 1)] \quad (7)$$

والنسبة  $r_{ok}$  نكتب كالآتي

$$r_{ok} = \frac{\hat{z}_{ok}(u_o)}{z} = 1 + \omega_1(\alpha - 1) \quad (8)$$

على وجه الخصوص اذا زادت القيم المتطرفة بنسبة 10% نحصل على:

$$r_{ok} = 1 + \omega_1(1.1\alpha - 1) \quad (9)$$

#### 5-2 كريكنك اللوغاريتم الطبيعي (Ordinary lognormal kriging)

بطريقة مشابهة نعوض القيم المتطرفة في معادلة (8) تعطي:

$$\hat{z}_{oLk}(u_o) = z(\alpha^{\omega_1}) \exp \left[ \frac{\sigma_{oLk}^2}{2} + \tau \right] \quad (10)$$

$$r_{oLk} = (\alpha^{\omega_1}) \exp \left[ \frac{\sigma_{oLk}^2}{2} + \tau \right] = D(\alpha^{\omega_1}), \quad (11)$$

حيث  $D = \exp \left[ \frac{\sigma_{oLk}^2}{2} + \tau \right]$

عامل تصحيح التحيز فان النسبة لنموذج التوزيع اللوغاريتمي الى قيمته المتوسطة بنسبة زيادة 10% تعطي:

$$r_{oLk} = D(1.1\alpha)^{\omega_1}, \quad (12)$$

و هذا يعني ان التأثير سيقبل اذا كانت  $\omega_1$  اقل من الواحد. ويحدث احيانا مع النقاط المزدوجة او عند استخدام دالة الفايروكرام او كاوس عندما لا يكون هناك (nugget effect)

#### 6-2 طرق تقييم كريكنك ( Evaluation of kriging methods )

لأجل تقييم طريقة او عملية التنبؤ قمنا بحساب متوسط الخطأ (ME) وجذر متوسط الخطأ التربيعي (RMSE) ومعامل التحديد ( $R^2$ )

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |z(u_i) - \hat{z}(u_i)| \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [z(u_i) - \hat{z}(u_i)]^2} \quad (14)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |z(u_i) - \hat{z}(u_i)|^2}{\sum_{i=1}^n [z(u_i) - \bar{z}(u_i)]^2} \quad (15)$$

حيث القيم المقاسة  $Z(u_i)$  في المواقع  $(u_i)$  والقيم المتنبأ عنها  $\hat{z}(u_i)$  ومتوسط القيم المقاسة  $\bar{z}(u_i)$

### 3. النتائج والتحليل Results and Analysis

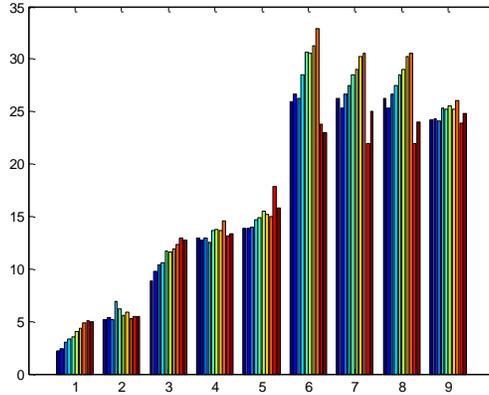
#### 1-3 دراسة البيانات Data study

الكبريت عنصر كيميائي غير معدني ينتمي إلى مجموعة الأكسجين وهو أحد العناصر الكيميائية الأكثر تفاعلاً. للكبريت بعض التأثيرات السامة في بعض الأحيان. تحتوي البيانات التي استخدمت في هذا البحث على (100) عينة من القيم الحقيقية للكبريت مع مواقعها. هذه البيانات هي بيانات مكانية حقيقية من دراسة هيدروجيولوجية كيميائية لمدينة الموصل / العراق (حاتم، 2007). الجدول رقم (1) أدناه محتوى إحصائية بيانات الكبريت

إحصائية بيانات الكبريت

جدول رقم (1)

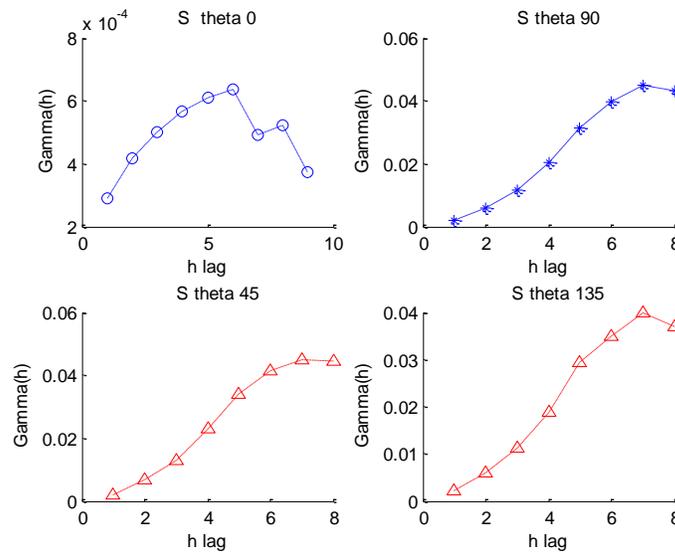
Stat Data	اصغر قيمة Min	اكبر قيمة Max	الوسيط Median	المنوال Mode	الانحراف المعياري Std
الكبريت	0.2000	36.5000	6.75000	3.70000	6.1525



شكل (1) المدرج التكراري لبيانات الكبريت

2-3 دالة الفاريوكرام (Variogram Function)

طبقنا دالة الفاريوكرام حسب المعادلة (1) لرسم منحنيات دوال الفاريوكرام التجريبية باستخدام بيانات الكبريت. وقد رسمت هذه المنحنيات بأخذ جميع الاتجاهات الأربعة للبوصلية بالزوايا:  $(\theta = 0^\circ, 90^\circ, 45^\circ, \text{ and } 135^\circ)$

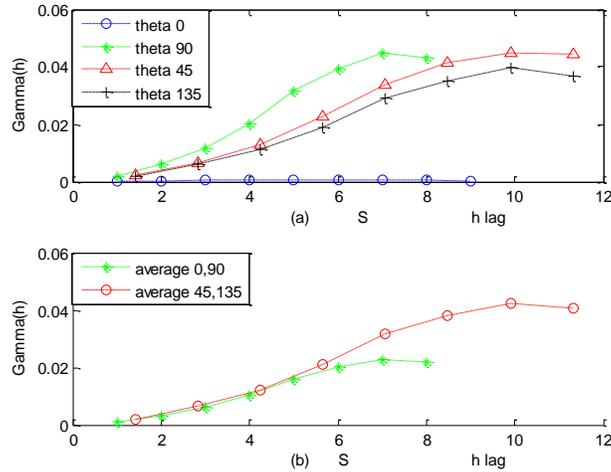


شكل (2): منحنيات دالة الفاريوكرام في جميع اتجاهات لبيانات الكبريت

يوضح الشكل (2) نتائج منحنيات دالة الفاريوكرام في جميع اتجاهات البوصلية لبيانات الكبريت بينما جدول (2) التالي يوضح نتائج قيم الدالة

جدول (2) نتائج دوال الفاريوكرام لجميع الزوايا

gamma 1= .0e-003 *	.29020	0.4179	0.5016	0.5678	0.6114	0.6352	0.4934	0.5207	0.3721
gamma 2=	0.0019	0.0060	0.0116	0.0203	0.0315	0.0394	0.0450	0.0432	
gamma 3=	0.0022	0.0067	0.0131	0.0229	0.0340	0.0415	0.0449	0.0444	
gamma 4=	0.0021	0.0061	0.0111	0.0189	0.0292	0.0350	0.0399	0.0369	



شكل (3) منحنيات دوال الفاريوكرام (a) في جميع الاتجاهات و (b) متوسط دوال الفاريوكرام

الشكل (3) اعلاه يوضح منحنيات دوال الفاريوكرام في جميع اتجاهات البوصلة وكذلك معدل او متوسط دوال الفاريوكرام المتساوية الازاحات. ومن خلال الرسم نجد خواص او مميزات دالة الفاريوكرام بالمصطلحات التالية:

( range=8، المدى ، sill= 0.0219، العتبة ، nugget effect = 0.0011 تأثير الكتلة ) ( $\theta=0^0, 90^0$ )

بينما المعدل للدالة في ( $\theta=45^0, 135^0$ )

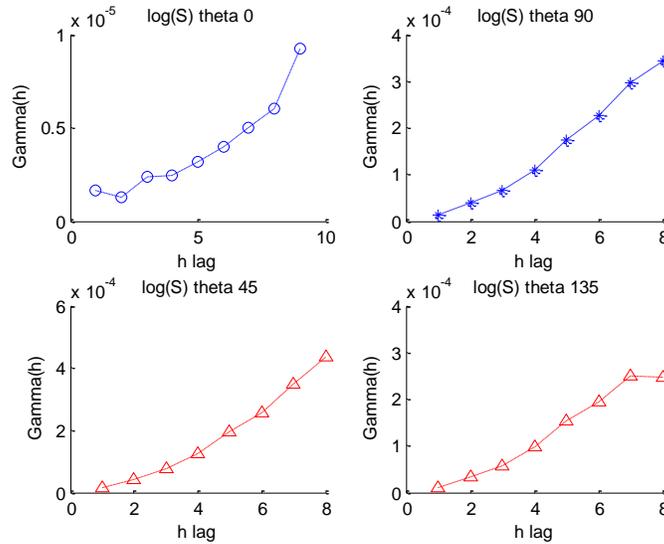
للدالة في الزاويتين

تأثير الكتلة = 0.0021 nugget effect العتبة = 0.0406 sill والمدى (11.31) range is

كما في الجدول التالي (3)

جدول رقم (3) نتائج دوال الفاريوكرام

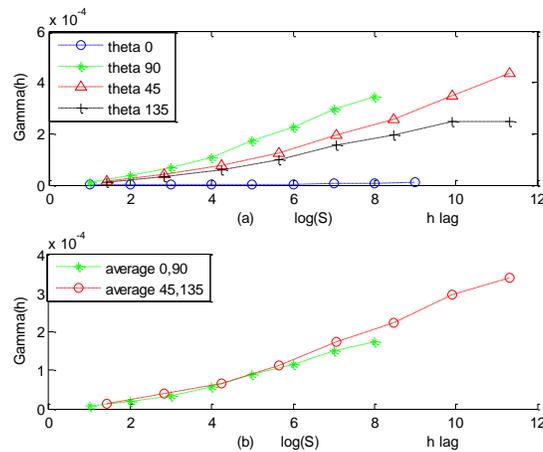
gamma5	0.0011	0.0032	0.0060	0.104	0.0161	0.0200	0.0228	0.0219
gamma6	0.0021	0.0064	0.0121	0.0209	0.0316	0.0382	0.0424	0.0406



شكل رقم (4) منحنيات دوال الفاريوكرام في جميع الاتجاهات لبيانات اللوغاريتم الكبريت

جدول رقم (4) نتائج دوال الفاريوكرام للوغاريتم الكبريت

gamma 1 1.0e-005 *	0.1673	0.1255	0.2346	0.2457	0.3169	0.3943	0.5016	0.6009	0.9221
gamma 2 1.0e-003 *	0.0125	0.0384	0.0659	0.1095	0.1737	0.2274	0.2959	0.3427	
gamma 3 1.0e-003 *	0.0136	0.0433	0.0747	0.1255	0.1947	0.2550	0.3472	0.4340	
gamma 4 1.0e-003 *	0.0115	0.0349	0.0572	0.0975	0.1539	0.1928	0.2483	0.2462	



شكل (5) منحنيات دوال الفاريوكرام باخذ اللوغاريتم (a) في جميع الاتجاهات (b) متوسط دوال الفاريوكرام

الشكل (5) يوضح منحنيات دوال الفاريوكرام في جميع اتجاهات البوصلة وكذلك معدل او متوسط دوال الفاريوكرام المتساوية الازاحات. ومن خلال الرسم نجد خواص او مميزات دالة الفاريوكرام بالمصطلحات التالية:

العتبة sill =  $(0.1073) * 1.0e-003$  و تأثير الكتلة nugget effect =  $(0.0073) * 1.0e-003$  و المدى  $\theta = (0^0, 90^0)$  و المدى range=8  
 العتبة sill =  $(0.2093) * 1.0e-003$  و تأثير الكتلة nugget effect =  $(0.0143) * 1.0e-003$  و المدى  $\theta = (45^0, 135^0)$  و المدى range=003

جدول رقم (5) نتائج دوال الفاريوكرام

gamma5 1.0e-003	0.0071	0.0198	0.0341	0.0560	0.0884	0.1156	0.1505	0.1743
gamma6 1.0e-003	0.0126	0.0391	0.0660	0.1115	0.1743	0.2239	0.2978	0.3401

من خلال الرسوم البيانية التي تم التوصل إليها نلاحظ ان النموذج القريب هو نموذج كاوس والذي يعطى بالعلاقة التالية:

$$\gamma(h) = \left( c_o + c [1 - \exp\left(\frac{-|h|^2}{a^2}\right)] \right), \quad h \neq 0 \quad (16)$$

حيث  $h = a$  المدى  $c_o$  range، تأثير الكتلة  $c_o + c$  and Nugget effect هو التباين  $c_o = 0.0071 * 1.0e - 003$ ، المدى  $a = 11.31$

حيث ان المنحنى لدالة الفاريوكرام يستقر عند  $c_o + c = 0.1743 * 1.0e - 003$

استخدمنا تقنية كريكنك للتنبؤ عن المتغيرات العشوائية المكانية لبيانات الكبريت باخذ ستة مواقع عشوائية لمتغيرات مكانية ضمن منطقة الدراسة. تم الحصول على نتائج الأوزان الدقيقة حيث احتوت البيانات الابعد على اوزان صغيرة مما تدل على عدم التحيز. تم الحصول على دقة التنبؤ من خلال تطبيق معايير الاخطاء (ME, RMSE, R<sup>2</sup>) لاحظ جدول رقم (6)

جدول رقم (6) نتائج صحة التحقق من التنبؤ

ME	0.0343	0.0111	0.0244	0.431	0.0126	0.0324	0.055	0.0554	0.103
RSME	0.73	0.67	0.544	0.887	0.645	0.741	0.678	0.857	0.963
R <sup>2</sup>	0.932	0.884	0.794	0.887	0.964	0.890	0.797	0.869	0.978

#### 4- الاستنتاجات:

من خلال ما توصلنا اليه من الدراستين النظرية والتجريبية، ومن خلال تطبيق البيانات الحقيقية الاصلية وكذلك البيانات بعد اخذ اللوغاريتم لها حيث تم التعرف على القيم المتطرفة والتحيز الناجم عنها. حيث ان منحنيات دوال الفاريوكرام تتزايد الى ان يتم استقرارها، وهذا اشارة حقيقية إلى وجود توافق بين دوال الفاريوكرام التجريبية نموذج دوال التغاير الرياضي مع بيانات الكبريت المطبقة. وكذلك فان منحنى بيانات الكبريت الاصلية هو قريب ايضا للمنحنى بعد أخذ لوغاريتم البيانات.

ومما يدعم عملية التنبؤ تلاحظ ان قيم تباين كريكنك الاعتيادي صغيرة جداً وتحتوي على اختلافات صغيرة جداً، بالإضافة إلى أن معايير صحة التنبؤ تشير الى ان الخطأ صغير جداً وأن الأوزان قريبة من نفس التباين إلى حد معين. والنموذج المقترح يشبه الى حد بعيد نموذج كاوس حاملاً جميع الخصائص.

#### References

1. Crow, E. L. and K. Shimizu, *Lognormal Distributions*, Marcel Dekker, New York, NY, USA, 1988. View at: Zentralblatt MATH | MathSciNet
2. Eldeiry AA, Garcia LA (2010) Comparison of ordinary kriging, regression kriging, and cokriging techniques to estimate soil salinity using landsat images. *J Irrig Drain Eng* 136(6):355–364.
3. Hagmann, P, Kurant, M, Gigandet, X, Thiran, P, Wedeen, V, Meuli, R, and Thiran, J. Ph. Mapping Human Whole-Brain Structural Networks with Diffusion MRI, 2007; 2(7): e597. PMID: PMC1895920 Published online 2007 Jul 4. doi: [10.1371/journal.pone.0000597](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0000597)
4. Hatem K.S. (2007) Hydrogeological hydro chemical study of Mosul Quadrangle sheet(NJ-38-13). State company of geological survey and mining, department of mineral investigation. Baghdad-Iraq.
5. Mao, Y.M., Sang, S.X., Liu, S.Q., Jia, J.L., 2014. Spatial distribution of pH and organic matter in urban soils and its implications on site-specific land uses in Xuzhou, China. *C. R. Biol.* 337 (5), 332–337.
6. Parravano, A, N. Sanchez, and E. J. Alfaro, "The Dependence of prestellar core mass distributions on the structure of the parental cloud," *The Astrophysical Journal*, vol. 754, no. 2, article 150, 2012. View at: Publisher Site | Google Scholar

7. Pei, T., Qin, C.Z., Zhu, A.X., Yang, L., Luo, M., Li, B.L., Zhou, C.H., 2010. Mapping soil organic matter using the topographic wetness index: a comparative study based on different flow-direction algorithms and kriging methods. *Ecol. Indic.* 10 (3), 610–619.
8. Rossiter, D. G., Liu, J, Carlisle, S., Zhu,A. Can citizen science assist digital soil mapping. December, 2015. *Geoderma* 259-260:71-80, DOI:[10.1016/j.geoderma.2015.05.006](https://doi.org/10.1016/j.geoderma.2015.05.006)

## **Spatial Prediction of Real Sulfur Data Using the Ordinary Kriging Technique and Lognormal Kriging**

Najlaa Sedeeq Yahya

Department of Mathematics, College of Science, University of Mosul, Mosul ,Iraq

**Abstract :** This research deals with the spatial prediction process in order to obtain the optimal prediction when the data are distributed normally. In this paper, we used the ordinary kriging technique and the lognormal kriging after taking the logarithm of the original sulfur data. We used the variogram function in this research to get the best model for the covariance function. The aim of this research is to evaluate the normal kriging and the lognormal kriging and find outliers. The data adopted in this work are from the hydrogeological study of Mosul Governorate/Iraq. Through the results, it was found that the errors in the estimated value are very important for the variance of the estimator, which appears to be very small. As well as through the results that were supported by graphs, we note that the lognormal kriging has more effect than the ordinary Kriging technique under the prediction process, from During the implementation of the error tests which seemed to be very small and which support the predictive values of the spatial sulfur data, the MATLAB programming language was used to obtain the practical results.

**Keywords:** spatial data, variogram function, ordinary kriging, lognormal kriging.