المجلة العراقية للعلوم الإحصائية (22) 2012
ص ص [136-148]

دراسة مقارنة بين الخوارزمية الجينية واللنكو في حل بعض مسائل نظرية الألعاب

همسة معن محمد ثابت*

المستخلص

تم في هذا البحث مقارنة حل عدد من مسائل نظرية الألعاب عن طريق استخدام الخوارزمية الجينية (Genetic Algorithm) والحزمة البرمجية (LINGO) لتحديد الأفضل من بينهما في حل مثل هذه المسائل , توصلنا من خلال هذا البحث إلى إن أقل قيمة للمباراة تحققت عن طريق استخدام الخوارزمية الجينية GA مقارنة بالحل باستخدام الحزمة البرمجية (LINGO) , كما تم تحديد نسب الوقت التي يمكن من خلالها لكل لاعب أن يستخدم الإستراتيجية المتاحة له لتحقيق القيمة المثلى للمباراة .

A Comparative Study between Genetic Algorithm and LINGO in Solving some Game Theory problems

Abstract

The research is a comparison of solving some game theory problems by using the genetic algorithm and LINGO software package to define the best one in solving such problems. The research concluded that the least value of the match was accomplished by using genetic algorithm in contrast with solving by LINGO . The time ratio by which every player can use the available strategy to achieve the optimum value of the match was also defined .

Keywords: Genetic Algorithm; LINGO ;Game Theory

1- المقدمة Introduction :

تمثل نظرية الألعاب (Game Theory) فرعا من فروع علم الرياضيات الحديثة نسبيا , حيث تهتم بالتحليل الرياضي لمواقف المنافسة في المواقف التي يسودها الكسب على حساب الطرف المقابل , حيث يحاول كل خصم أن يسعى إلى تعظيم أرباحه بشكل يجعل من أقل ربح يحققه أكثر نسبيا مما يحصل عليه الخصم , إن أول من فكر في وضع تحليل علمي للألعاب الاستراتيجية هو العالم الرياضي (جون فون نيومان) عام 1928م ولكنه لم يتطرق إلى مفهوم التطبيقات الاقتصادية والإدارية والعسكرية لهذه الألعاب وإنما

* مدرس / قسم إدارة المكتبات / كلية الآداب / جامعة الموصل.

تاريخ التسليم 2011/5/12 تاريخ القبول 2011/8/23

ركز اهتمامه على التعبير عن الألعاب بخوارزميات ونظريـات تبنـى علـى الأسـاس الرياضي والمنطقي لقواعد كل لعبة وقوانينها (1) , وفي عام 1944م قـام العالمـان (نيوم-----------------ان وم----------------------ور

غينشترن) بأول محاولة لنشر كتاب (نظرية الألعاب في السلوك الاقتصادي) إذ كـان هذا الكتاب أول مدخل لنظريات الألعاب الاستراتيجية في المجالات الاقتصادية والإدارية (3) , ويتلخص مفهوم نظرية الألعاب الاستراتيجية بوجود لعبة تنافسية محددة أو مباراة لها هدف نهائي محدد يسعى إليه كيلا اللاعبين ومن خلال مراحل اللعب وقوانينـه يـتم اختيار أفضل الإستراتيجيات وحسب ما هو متاح لكل لاعب (10) .

يقوم نموذج نظرية الألعاب على عدة افتراضات :

أ- يتصف كل اللاعبين بالذكاء والمعقولية بكل المعرفة العميقة بأمور اللعبة .

ب- يهدف كل طرف إلى تعظيم العائد أو تقليل الخسارة الخاصة به .

ت-معرفة كل طرف من أطراف المباراة بكل المعلومات المتعلقة بالمباراة .

ث-قيام كل طرف باتخاذ قراراته بصورة مستقلة .

ج- قيام الطرفين باتخاذ قراراتهما في وقت واحد , ومن ثـم لا يعـرف كـل طـرف الاستراتيجية التي اختارها الطرف الأخر (1).

هنالك ثلاث طرائق لحل مسائل الألعاب التي تعتمد على السياسات التي يستخدمها كل من اللاعبين للوصول إلى قيمة المباراة المثلى وهي :

أولا : الطريقة التحليلية باسـتخدام الاحتمـالات (Analytical Method for using probabilities) : وتطبق هذه الطريقة في المباراة التي يكون فيها لاعبان ولكل لاعب سياستان أي (2×2).

ثانيا : الطريقة البيانية (Graphical Method) : وتطبق هذه الطريقة عندما يكـون هناك لاعبان لأحدهما سياستان وللأخر أكثر من سياستين أي (N ×2) و (2 × M).

ثالثا : طريقة البرمجة الخطية (Linear programming Method) : وتطبق هـذه الطريقة عندما يكون هناك لاعبان لكل منهما أكثر من سياستين (N × M) , ولتوضيح هذه الطريقة سنتناول المسالة الآتية من مسائل الألعاب , إذ أن هذه الطريقة اسـتخدمت لإيجاد قيمة المباراة المثلى بالخوارزمية الجينية واللنكو:

أوجد قيمة المباراة وحدد السياسات التي يستخدمها كل من اللاعبـين A و B فـي مصفوفة الدفع الآتية :

اللاعب B / اللاعب A	Y1	Y2	Y3	Min

X1	-1	1	1	-1
X2	2	-2	2	-2
X3	3	3	-3	-3
Max	3	3	2	

وتتمثل خطوات حل هذه المباراة باستخدام البرمجة الخطية وكما يأتي :

1) تخصيص الوقت بين السياسات المتاحة كافة لكل لاعب , إذ يفترض أن x 1 , x 2 , x 3 تمثل نسب الوقت الذي يمكن للاعب A من خلالها أن يستخدم سياساته الثلاث المتاحة له , وكذلك يفترض أن y1 , y2 , y3 تمثل نسب الوقت الـذي يمكن من خلالها للاعب B أن يستخدم سياساته الثلاث المتاحة له .

وعلى هذا الأساس فان إجمالي نسب الوقت الذي يقضيه كل لاعب فـي إتبـاع سياساته كافة سيكون مساويا للواحد الصحيح أي أن $x1 + x2 + x3 = 1$ بالنسبة للاعب A , أما بالنسبة للاعب B فيكون $y1 + y2 + y3 = 1$.

2) نفترض أن قيمة المباراة هي V .

3) تحديد نموذج البرمجة الخطية , وكما يأتي :

أ- من طرف اللاعب A :

$$\text{Min.}Z = X1 + X2 + X3$$

S.t.

$$-X1 + 2X2 + 3X3 \geq 1$$
$$X1 - 2X2 + 3X3 \geq 1$$
$$X1 + 2X2 - 3X3 \geq 1$$

$$X1, X2, X3 \geq 0$$

ب- من طرف اللاعب B :

$$\text{Max.}W = Y1 + Y2 + Y3$$

S.t.

$$-Y1 + Y2 + Y3 \leq 1$$
$$2Y1 - 2Y2 + 2Y3 \leq 1$$
$$3Y1 + 3Y2 - 3Y3 \leq 1$$
$$Y1, Y2, Y3 \geq 0$$

ويكون الميل للحل أو إيجاد قيمة اللعبة عن طريق حل نموذج البرمجة الخطية للاعب B لتجنب إضافة المتغيرات الاصطناعية وطرح المتغيرات الوهمية , ويعد نموذج البرمجة الخطية للاعب B بمثابة النموذج المقابل Dual للاعب A وبامكاننا أن نستخرج دالة الهدف نفسها من كلا النموذجين وكذلك إيجاد قيم المتغيرات الأولية كافة Primal والمتغيرات المقابلة أو البديلة من حل احد النموذجين بطريقة السمبلكس Simplex Method , وكما يأتي :

Max.W=Y1+Y2+Y3+0S1+0S2+0S3

S.t.

-Y1 + Y2 + Y3 +S1= 1

2Y1 - 2Y2 + 2Y3 +S2 = 1

3Y1 + 3Y2 - 3Y3 +S3 = 1

Y1, Y2, Y3,S1,S2,S3 ≥ 0

وعند حل النموذج بواسطة طريقة البرمجة الخطية يكون جدول الحل كما يأتي :

Cв	**C j**	1	1	1	0	0	0	**B**
	Basic	Y1	Y2	Y3	S1	S2	S3	
0	S1	-1	1	1	1	0	0	1
0	S2	2	-2	2	0	1	0	1
0	S3	3	3	-3	0	0	1	1
Zi - Cj		-1	-1	-1	0	0	0	Z=0
0	S1	0	2	0	1	0	1/3	4/3
0	S2	0	4	4	0	1	-2/3	1/3
1	Y1	1	1	-1	0	0	1/3	1/3
Zi - Cj		0	0	-2	0	0	1/3	1/3
0	S1	0	2	0	1	0	1/3	4/3
1	Y3	0	-1	1	0	1/4	-1/6	1/12
1	Y1	1	0	0	0	1/4	1/6	5/12
Zi - Cj		0	-2	0	0	1/2	0	1/2
1	Y2	0	1	0	1/2	0	1/6	2/3
1	Y3	0	0	0	1/2	1/4	0	3/4
1	Y1	1	0	1	0	1/4	1/6	5/12
Zi - Cj		0	0	0	1	1/2	1/3	11/6

ومن جدول الحل الأمثل نجد قيمة المباراة ونتائج المباراة المثلى للاعب B كما يأتي :

W = 11 / 6 Y1=5/12 Y2=2/3 Y3=3/4

ولإيجاد قيمة اللعبة والقيم الحقيقية للقيم الاحتمالية:

V=1/W = 6/11
y1 = Y1 / W = 2/3 * 6/11 = 0.36
y2 = Y2 / W = 3/4 * 6/11 = 0.41
y3 = Y3 / W = 5/12 * 6/11= 0.23

وتعني النتائج أن احتمال استخدام اللاعب B للـسياسة الأولـى 0.36 واحتمـال استخدامه للسياسة الثانية 0.41 وباحتمال مقداره 0.23 للسياسة الثالثة .

أما نتائج المباراة المثلى بالنسبة للاعب A باعتباره النموذج البديل المقابل (Dual) لنموذج اللاعب B فهي كما يأتي :

Z = W = 11/6 X1= 1 X2 = 1/2 X3 = 1/3

ولإيجاد قيمة اللعبة والقيم الحقيقية للقيم الاحتمالية:

V = 1/Z = 6/11
x 1 = X1*V = 1* 6/11 = 6/11
x 2 = X2*V = 1/2 * 6/11 = 3/11
x 3 = X3*V = 1/3 * 6/11 = 2/11

وتعني النتائج أن المنافسة ستجري بين اللاعبين 11 مرة وسيتبع اللاعب A الستراتيجية الأولى 6 مرات والثانية 3 مرات والثالثة مرتين .

ولقد قمنا في هذا البحث باستخدام هذه المسألة وغيرها من المسائل لمقارنة نتـائج الحل اليدوي بالبرمجة الخطية مع نتائج الحل بالخوارزمية الجينية واللنكو , والنتائج التي توصلنا إليها موضحة في الجانب العملي للبحث .

2- الخوارزمية الجينية (Genetic Algorithm) (GA) :

وهي إحدى تقنيات البحث الذكائية التي تستخدم لإيجاد حلول تقريبية للمـسائل التـي تتطلب حلولا أمثلية والتي يتطلب إيجادها وقتا طويلا وفق تقنيات البرمجة التقليدية , حيـث تستخدم تقنيات الوراثة والتداخل الابدالي (Crossover) والطفرة (Mutation) والانتقاء الطبيعي (Natural Selection) , فهي شبيهة بعملية تطور الأجيال وانتقاء أفضل الأفراد من كل جيل والتي تحدث بشكل طبيعي عند الكائنات الحية , ومبدأ (البقـاء للأفـضل) هـو السائد طبيعيا وهو المبدأ الذي تعتمد عليه الخوارزمية الجينية (GA) في حل المسائل التي تتطلب حلا امثليا , حيث تبقى أفضل الحلول للمسائل في الأجيال الأخيرة وهي الحلول التي تكون قريبة من الامثلية (7) , تعتمد الخوارزمية الجينية (GA) في جزء من عملها على

العشوائية وخاصة في توليد المجتمع الابتدائي العشوائي وفي اختيار الأفراد من اجل عمليات (التداخل الابدالي والطفرة) (8).

تضم الخوارزمية الجينية (GA) عدة عمليات هي :

أ- توليد المجتمع العشوائي الابتدائي (generate initial population) : حيث أن كل فرد من أفراد المجتمع يمثل حلا ممكنا للمسألة قيد الدراسة .

ب- التشفير (Encoding) : تشفر الكروموسومات الممثلة للمجتمع الابتدائي بواسطة إحدى طرائق التشفير كالتشفير الحقيقي أو التشفير الثنائي وغيرهما من الطرائق .

ت- دالة الجودة (Fitness Function) : حيث يتم تقييم جودة الحلول الناتجة من خلال هذه الدالة وترتيبها وفقا للقيم الناتجة .

ث- الانتقاء (Selection) : إن هدف هذه العملية هو تحديد أفراد مجتمع جديد أو مجتمعات جديدة, لكي تطبق عليهم العمليات الوراثية .

ج- العمليات الوراثية (hereditary operations):وهذه العمليات تتمثل بالعمليتين الآتيتين :

- التداخل الابدالي (Crossover) : تتمثل هذه العملية بإجراء تبديل بين قيم متقابلة من مقطعي الأبوين المنتخبين لغرض تكوين المقطع الجديد , وهنالك عدة أنواع منها , كالتداخل ذي نقطة القطع الواحدة والتداخل ذي نقطتي القطع وغيرهما .
- الطفرة (Mutation) : في هذه العملية يجري تغيير أو تبديل جينات محددة ضمن الكروموسوم الواحد (الفرد) , لتكوين كروموسومات تعطي حلولا جديدة إلى الجيل اللاحق , ولها أنواع عدة كالطفرة المنتظمة وطفرة كاوس وغيرهما من الأنواع (4) .

بعد إجراء العمليات الوراثية ينتج جيل جديد ويكون هنالك خياران :

الأول : إبدال الجيل القديم بالجيل الجديد مباشرة .

الثاني : دمج الجيل القديم مع الجيل الجديد , ومن ثم اختيار أفضل الحلول بعد عملية الدمج لتشكل الجيل الجديد (11) , والشكل (1) يمثل الخوارزمية الجينية العامة والعمليات التي تجرى فيها (3).

```
Genetic algorithm()
{
```

```
t:=0; // initial time
initPopulation(P) // initialisation of the
// chromosoms population
evaluate(P) // evaluate the fitness of
// all chromosoms
while not terminated do // evolution cycle
{
t:=t+1;
P':=generate(P) // augmented population obtained by
// reproduction step
cross_over(P') // crossing over step
mutate (P') // mutation step
evaluate (P') // P' chromosoms fitness evaluation
P:=select(P') // selection step
}
}
```

الشكل (1) يمثل الخوارزمية الجينية العامة

يستمر تكوين الأجيال المتعاقبة بهدف تحسين الحل والوصول إلى الحل القريب من الامثل إلى أن يتحقق شرط التوقف الذي يعتمد على مقياس توقف الخوارزمية الجينية (GA) الذي يختلف باختلاف المسالة وقد تكون هذه المقاييس كلاسيكية أو إحصائية أو غيرهما من المقاييس (8).

طبقت الخوارزمية الجينية (GA) في عدة مجالات منها التخطيط الاستراتيجي (Strategic Planning) , وطبقت في الأنظمة التي يصعب توقع التغيرات التي تطرأ عليها أو نمذجتها بعلاقة خطية مثل سوق الأسهم المالية (Stock Market Prediction) , كما طبقت أيضاً في تدريب الشبكات العصبية من دون معلم (Unsupervised NN) وهو ما يدعى ب (Neuro Evolution) حيث تكون نماذج التدريب غير مصنفة ودور الخوارزمية الجينية (GA) هو إيجاد أفضل طريقة لإدخال عينات التدريب (2).

3- اللنكو (LINGO) :

وهي حزمة برمجية بدأ العمل بها عام 1987 م وصدرت النسخة الأولى منها عام 1988م , تستخدم لحل مسائل البرمجة الخطية وغير الخطية ومسائل الامثلية المقيدة منها وغير المقيدة بسرعة وسهولة وأكثر كفاءة من الحل اليدوي , ولها قدرة كبيرة على قراءة البيانات من ملفات خارجية ومن أوراق العمل لبرنامج(Excel) (6), وتحتوي (LINGO) على عدة دوال نذكر منها :

أ- دوال استيراد الملف (File Import Functions) : تسمح هذه الدوال باستيراد النص والبيانات من المصادر الخارجية كالدالة (@ FILE) تستخدم لاستيراد النص والبيانات من ملف (ASCII) والدالة (@IMPORT) تستخدم لاستيراد النص والبيانات من أوراق العمل .

ب- الدوال الرياضية (Mathematical Functions) : وتحتوي على الدوال الرياضية الشائعة والمثلثية مثل @ABS(X) ,@COS(X) , @ EXP(X), @LOG(X),SIN(X) , TAN(x) , وتضم الدوال المثلثية (tangent,cosine,sine) والتي قد تستخدم لإيجاد الدوال المثلثية الأخرى .

ت- العوامل القياسية (Standard Operators) : وتتكون من عدة رموز رياضية مثل (- , + , ^ , /) والرموز المنطقية مثل (#LE#, #LT#, #GE#) والرموز الكمية وغير الكمية (< , > , = , <= , >=) وهذه الرموز نستطيع طباعتها من لوحة المفاتيح أو عن طريق نافذة الأوامر .

ث- مجموعة دوال العقدة (Set-Looping Functions) : والتي تحتوي على الدوال :

- @FOR(Set_name: Constraint_expressions)
- @MAX(Set_name : expressions)
- @MIN(Set_name : expressions)
- @SUM(Set_name : expressions)

تعمل هذه الدوال جنبا إلى جنب كمجموعة كاملة .

ج – دوال مجال المتغير(Variable-domain Functions): إن دوال مجال المتغير موضوعة كقيود إضافية على المتغيرات والرموز , وتضم الدوال @BND(L,X,U) @BIN(x),@FREE(x),@GIN(x) .

ح- الدوال الاحتمالية (Probability Functions) : تتكون من عدة دوال كفوءة مثل @PSL ,@PPS , PEL(A,X) وغيرها من الدوال (10).

4- الجانب العملي (Experimental Part):

تم في هذا البحث تناول المسائل التي طرحت من خلال البحث الموسوم " Game Theory Using Genetic Algorithms" للباحث I. A .Is mail وآخرين , إذ قاموا بحل ثلاث مسائل مختلفة من مسائل نظرية الألعاب باستخدام الخوارزمية الجينية , وكما يأتي :

1) إيجاد قيمة المباراة لمصفوفة الدفع الآتية والتي تضم قيما موجبة فقط ومكونة من ثلاثة صفوف وثلاثة أعمدة :

اللاعب B / اللاعب A	1	2	3	Min
1	1	0	2	0
2	3	0	0	0
3	0	2	1	0
Max	3	2	2	

وكانت نتائج الحل اليدوي بطريقة البرمجة الخطية كالأتي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الحـل اليـدوي (البرمجـة الخطية)	1	0.25	0.25	0.5

أما النتائج التي توصل إليها الباحثون من خلال حل المسالة بالخوارزمية الجينية وعنـد توليد 100 جيل فكانت :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الخوارزمية الجينية GA	1	0.24000	0.24000	0.52000

ولقد قمنا باستخدام الحزمة البرمجية (LINGO) في حل المسالة وكانت نتائج الحـل كالأتي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الحزمـــة البرمجيـــة LINGO	1	0.25	0.25	0.5

2) إيجاد قيمة المباراة لمصفوفة الدفع الآتية , التي تضم أعدادا سالبة فضلاً عن الموجبة منها (1) :

اللاعب B / اللاعب A	1	2	3	Min
1	3	- 1	- 3	-3
2	-3	3	- 1	-3
3	-4	- 3	3	-4
Max	3	3	3	

وكانت نتائج الحل اليدوي بطريقة البرمجة الخطية كالأتي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الحل اليـدوي (البرمجـة الخطية)	0.22959	0.4444	0.31111	0.24444

أما النتائج التي توصل إليها الباحثون من خلال حل المسالة بالخوارزمية الجينية وعنـد توليد 50 جيل فكانت ما يلي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الخوارزمية الجينية	0.223539	0.418919	0.322072	0.259009

ولقد قمنا بإيجاد الحل للمسالة باستخدام الحزمة البرمجية (LINGO) وكانت نتائج الحل كالأتي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الحزمـــة البرمجيـــة	0.22959	0.444	0.2444	0.3111

LINGO				

3) إيجاد قيمة المباراة لمصفوفة الدفع الآتية , التي تضم أعدادا سالبة فضلاً عن الموجبة منها ومتكونة من أربعة أعمدة وثلاثة صفوف :

اللاعب B / اللاعب A	1	2	3	4	Min
1	3	-1	1	2	-1
2	-2	3	2	3	-2
3	2	-2	-1	1	-2
Max	3	3	2	3	

وكانت نتائج الحل اليدوي بطريقة البرمجة الخطية كالأتي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الحل اليـدوي (البرمجـة الخطية)	1.285714	0.55555	0.44444	0.00000

أما النتائج التي توصل إليها الباحثون من خلال حل المسالة بالخوارزمية الجينية وعنـد توليد 500 جيل فكانت :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الخوارزمية الجينية	1.285714	0.55555	0.44444	0.00000

ولقد قمنا بإيجاد الحل للمسالة باستخدام الحزمة البرمجية (LINGO) وكانت نتائج الحل كالأتي :

طريقة الحل للمسالة	قيمة المباراة	قيمة x1	قيمة x2	قيمة x3
الحزمة البرمجية LINGO	1.285714	0.5555	0.4444	0.0000

5- الاستنتاجات :

1. من خلال حل بعض مسائل نظرية الألعاب بالخوارزمية الجينية GA والحزمة البرمجية LINGO , نلاحظ بان أفضل الحلول المثالية (قيمة المباراة المثلى وتحديد تنفيذ الستراتيجيات المثلى) هي تلك التي حققتها الخوارزمية الجينية GA , حيث كانت قيمة المباراة المثلى للمسالة الثانية أصغر قيمة , أما في المسالة الأولى والثالثة فكانت قيمة المباراة المثلى متساوية في الطريقتين .
2. إن حل مسائل نظرية الألعاب مهما كان حجمها بواسطة الحزمة البرمجية LINGO يعطي حلا مساويا للحل اليدوي بطريقة (البرمجة الخطية LP) بوقت قصير جدا وجهد اقل مقارنة بالوقت والجهد اللذين يستغرقهما الحل اليدوي .

3. حققت الخوارزمية الجينية GA أفضل النتائج (قيمة المباراة المثلى والوقت اللازم لتنفيذ الستراتيجيات الذي يحقق هذه القيمة) بوقت وجهد اقل من الطرائق الأخرى .

6- التوصيات :

1. نوصي باستخدام الخوارزمية الجينية GA في المسائل التي يتطلب حلها إيجاد الحل الأمثل , تلك التي لم تستخدم الخوارزمية الجينية لإيجاد حلولها المثلى , لما توفره من حلول مثالية بوقت قصير جدا وجهد اقل.
2. استخدام الحزمة البرمجية LINGO في حل المسائل الخطية وغير الخطية والامثلية المقيدة وغير المقيدة التي يستغرق حلها وقتا وجهدا كبيرين , وذلك لأنها تعطي حلا للمسائل بوقت قصير وجهد اقل بكثير من الحل اليدوي للمسائل .

المصادر : References

أ- العربية :

1- الشمرتي, حامد سعد نور. بحوث العمليات : مفهوما وتطبيقا .- مكتبة الذاكرة , بغداد , 2010 .

2- بحبوح , أسامة اسعد وحسان ريشة . تأثير متغيرات الخوارزميات الجينية في مسائل إيجاد الحل الأمثل . مجلة جامعة دمشق للعلوم الهندسية , مج 23, ع2 , 2007.

ب- الأجنبية :

3- David E. Goldberg (1989): " Genetic Algorithms ", Addison-Wesley .

4- GEN, M. (2000): " Genetic Algorithms and Engineering Optimization ",
John Wiley and Sons, Inc.

5- Hans Peters(2008): "Game Theory : A Multi-Leveled Approach" , Springer- Verlag, Berlin.

6-Kallrath , Josef (2004):" Modeling Languages in Mathematical Optimization " , Kluwer Academic Publishers .

7- Rutkowski, L.Scherer,R.etc.(2010) " Artificial Intelligence and Soft Computing" Springer– Verlag Berlin .

8- S.N. Sivanaudom,S.N. Deepa (2008): "An Introduction to Genetic Algorithms ", Springer – Verlag Berlin Heidelberg.

9- Shaun P. Hargreaves Heap and Yanis Varonfakis (2004):"Game Theory : Acritical text " , T J Internatianal Ltd .

10- Wayne L.Wiston (1997): " Operation Research : Applications and Algorithms , Thr.ed., Duxbury Press .

11- Zbigniew Michalewicz (1996) : " Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs " , Springer- Verlag, Berlin Heidelberg.