المجلة العراقية للعلوم الإحصائية (30) 2019

ص ص [25-38]

تقدير دالة المعولية للبيانات الكاملة – مراجعة مقال –

شيماء وليد محمود*

shaimaa.waleed@uomosul.edu.iq

المستخلص :

تعد نظرية المعولية من النظريات المهمة التي تلاقي اهتماماً كبيراً وواسعاً لدى العديد من الباحثين في الوقت الحاضر، لما لها من أَهمية واسعة في مختلف مجالات الحياة، وخاصة في تحديد عمر جهاز معين ومدى كفاءته ،إضافة إلى تطبيقاتها في مجال الرادارات والرصد الجوي والفلكي. ويعود سبب تزايد الاهتمام بدراسة المعولية إلى التطور التقني والتكنولوجي السريع واستخدام الانظمة المعقدة في مختلف المجالات. تناول هذا البحث دراسة مراجعة مقال لموضوع المعولية من حيث تقدير دالة المعولية لبيانات كاملة لأَحد توزيعات أزمنة الفشل (توزيع ويبل) ومعلماته بطرائق مختلفة باستخدام المحاكاة.

الكلمات الدالة: المعولية، أزمنة الفشل، تقدير الإمكان الأعظم، تقدير بيز.

Estimation of Reliability Function for Complete Data - Article Review -

Abstract

The theory of reliability is one of the important theories that is attracting great interest in many researchers at present because of its importance in various fields of life especially in determining the age of a particular device and its efficiency and the addition of applications in the field of radar and atmospheric and astronomical observation. The growing interest in reliability studies is due to the rapid technical and technological development and the use of complex systems in various fields. This paper reviews the article of reliability in terms of the reliability function for complete data of one of the failure time distributions (weibull distribution) and its parameters in different methods using simulation.

Keywords: Reliability, Failure Time, Maximum Likelihood estimator, Bayes estimator.

*مدرس مساعد / قسم الاحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / جامعة الموصل

تاريخ استلام البحث 2019/3/14 تأريخ القبول 201 9/4/17 تاريخ النشر 2019/12/1

1- المقدمة Introduction

نظراً للتطور التكنولوجي والتقني السريع، واستخدام الأَنظمة المعقدة في مختلف مجالات الحياة تزايد الاهتمام الواسع لدراسة المعولية التي تُعرف: بأنها إمكانية قدرة الماكنة أو الجهاز على إنجاز العمليات من غير فشل، أو أنها احتمالية وجود نظام أو ماكنة أو جهاز سيؤدي وظيفته تحت ظروف التشغيل لمدة محددة من الوقت. أما في السياق الفني فتعرف بأنها مدى اتساق نتائج المؤهلات والتقديرات اذا تم تكرار اجراء التقييم، وفي الناحية الإحصائية فهي احتمال أن يعمل الجهاز أو الماكنة على إنجاز عمل معين لمدة محددة من الزمن حتى حصول العطل في الماكنة (الصفاوي والجمال، 2006) و (Whitehouse *et al.*, 2013).

يعرف تحليل المعولية (Reliability Analysis) بأنه العبارة التي تستخدم لوصف تحليل البيانات التي تكون بشكل أزمنة البقاء حتى حدوث حدث معين، أو هو حقل محدد للإحصاءات التي تدرس زمن الفشل، واحتماله على مجموعة أو مجموعات من الأفراد ، ويسمى بهذا الاسم في دراسات الهندسة. أما وقت الفشل فهو عبارة عن حدث نقطة معرفة ، التي تحدث بعد مدة من الزمن. وتعد المعولية أساسية في موضوع تحليل المحتوى (Content Analysis) والهدف من اسلوب البحث هو تحديد خصائص الرسائل وتسجيلها بموضوعية، لذا فإن عملية جمع البيانات في منهجية تحليل المحتوى يتم إجراؤها غالباً بواسطة المراقبين البشريين من خلال تسجيل أو كتابة النصوص أو صور أو تسجيلات صوتية. لذلك من الضروري إثبات المعولية في دراسات تحليل المحتوى للتأكد من ثبات الاستنتاجات من البيانات (Neuendorf, 2002).

قام العديد من الباحثين بإجراء بحوث ودراسات في موضوع المعولية لما له من أٌهمية واسعة في مجالات الحياة المختلفة ومن هذه الدراسات ما يأتي:

وصف كل من (Meadows and Billington, 2005) و (Baird *et al.*, 2012) الوصف التفصيلي لمختلف المستويات التي يمكن قياس المعولية عندها، والطرائق الإحصائية التي يمكن استخدامها ومناقشة إيجابياتها وسلبياتها في بيئة تشغلية. قدم كل من (Greatorex and Suto, 2006) و (Crisp, 2010) و (Suto *et al.*, 2008, 2011) أُنموذجاً نظرياً للعمليات المعرفية المستخدمة في وضع الدرجات ،والدعم التجريبي لجوانب الأنموذج. أما (Gorjian *et al.*, 2009) فقاموا بمراجعة حديثة لنماذج المخاطرة مع المتغيرات المشتركة التي يطلق عليها بالنماذج المشتركة (Covariate Models) في كل من المعولية والمجالات الطبية الحيوية وتجميعها في سياق لامعلمي وشبه معلمي ، وتطوير أُنموذج المتغير المشترك لتسهيل تطبيق العديد من تقنيات النمذجة المشتركة في التكهنات واصول إدارة الصحة. حدد كل من (Telang and Marlappan, 2008) السلوك الحقيقي لمعدل المخاطرة لتوزيع اللوغاريتم الطبيعي (Lognormal)، وبعد إجراء تحليلات تحليلية عددية بَينا باستخدام التفاضل والتكامل أن معدل المخاطرة هو دالة أحادية مع تحدب صاعد. وبرهن (Sinha and Kale, 1980) معدل المخاطرة لتوزيع (Lognormal) بأنه دالة متناقصة مع الزمن. لقد اقترح (Zheng *et al.*, 2011) طريقة تقدير المعلمة بالاعتماد على خوارزمية سرب النمل لنماذج برمجيات المعولية (Software Reliability)، إذ إن الفكرة الأساسية من نمذجة برمجيات المعولية هي تنبؤ برمجيات المعولية مع بيانات الفشل. ومن خلال 40 سنة الماضية فقد تم اقتراح ما يقارب من 100 من نموذج نمو برمجيات المعولية SRGM (Software Reliability Growth Models) من قبل العديد من الباحثين.

أنشئ (Chryssaphinou *et al.*, 2011) نظام المعولية للزمن المتقطع مع مكونات متعددة تحت فرضية شبه ماركوف (Semi-Markov). استخدم (Bidhan and Awasthi, 2014) تقنية ذكائية ، وهي خوارزمية سرب الطيور PSO لتقدير معلمات المعولية لنماذج نمو البرمجيات. إن برمجيات المعولية هي احتمالية تشغيل البرنامج دون أي فشل، أو أي نوع من الانحراف عن السلوك المطلوب لمدة زمنية محددة من بيئة معينة، ومعلمات هذه النماذج تقدر من البيانات المتوفرة على فشل البرامج ، وتعرف نماذج نمو برمجيات المعولية بأنها نماذج تحليلية تزود تقنية أساسية لتقييم برمجيات المعولية كمياً. أما (Abouammoh and Alshingiti, 2009) واستخدما طريقة الإمكان الأَعظم ، وطريقة المربعات الصغرى لتقدير المعلمات والمعولية لتوزيع الأسي المعكوس (IED). قام (الصفاوي والجمال، 2006) بتقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وطريقة كابلن والمقارنة بينهم باستخدام اختبار كمولكروف Kolmogorov- Smirnov. في حين قام (طاهر وآخرون، 2009) بتصميم نماذج لإيجاد دالة المعولية باستخدام التوزيعات الحقيقية المتمثلة بتوزيع ويبل، والتوزيع الأسي لزمن تأخير العطلات بإتباع سياسة الفحص ومعيار أَقل مدة تأخير العطلات. لقد استخدم (عطا وعباس، 2014) ثلاث طرائق وهي طريقة الإمكان الأعظم ، وطريقة المربعات الصغرى وطريقة مقترحة تتضمن اشتقاق صيغة لمقدر خليط ناتج من اعتماد مقدر المربعات الصغرى ومقدر الإمكان الأعظم لتقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع الفشل الخطي العام باستخدام المحاكاة.

قام كل من (راهي والجمال، 2006) باستخدام طريقتين من الطرائق غير المعلمية لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل وهما الطريقة القياسية وطريقة كابلن مير، والمقارنة بينهما من خلال استخدام اختبار كمولكروف Kolmogorov- Smirnov لإيجاد افضل دالة معولية، فضلاً عن

إيجاد حدود الثقة للطرائق المستخدمة. في حين (جعفر وآخرون، 2009) استخدموا المحاكاة في تقدير معلمتي الشكل والقياس ودالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين باعتمادهم على طريقة الإمكان الأعظم وطريقة وايت التي تعتمد في تطبيقها على الدالة التوزيعية بصورة أساسية في صياغة أُنموذج انحدار خطي بسيط. وقيم (Shiker, 2012) أنظمة المعولية باستخدام توزيع ويبل وتوزيع ويبل الموسع الجديد وتقدير دالة المعولية لهذين التوزيعين، ودالة المخاطرة ودالة التوزيع وكذلك ناقش العلاقة بين التوزيعين وكيفية تأثير ذلك في حساب دالة المعولية والدوال المرتبطة بها. لقد قام (Kumar and Ram, 2018) بدراسة العدد المضبب المتردد ومتوسط التشغيل ونظام المعولية المضببة بالاعتماد على توزيع ويبل، وحساب دالة المعولية المضببة والعدد المضبب المتردد المثلث مع مجموعة $\alpha - cut$ لدالة المعولية المقترحة في البحث.

تضمنت الدراسة مراجعة مقال للمعولية من خلال تقدير دالة المعولية ، ومعلمات توزيع ويبل بطرائق مختلفة باستخدام المحاكاة.

2- توزيعات أزمنة الفشل Failure Time Distributions

إن توزيعات أزمنة الفشل هي النماذج الرياضية التي تصف احتمالية أوقات العطل ويمكن التعبير عن هذه النماذج بدالة الكثافة الاحتمالية p.d.f، من أكثر توزيعات أوقات الفشل استخداماً في مجالات الحياة هي التوزيع الأسي وتوزيع ويبل وتوزيع كاما وتوزيع اللوغاريتم الطبيعي، إضافة إلى توزيع باريتو وتوزيع رايلي وغيرها من التوزيعات الاخرى. وتوصف هذه التوزيعات من خلال ثلاث دوال هي:

1- دالة المعولية Reliability Function

هي احتمالية عدم فشل الماكنة أو الجهاز الى الوقت t إذ $(t > 0)$. ويرمز لها بالرمز $R(t)$ وصيغتها كالآتي:

$$R(t) = P(T > t)$$

$$= 1 - P(T \leq t)$$

$$= 1 - F(t) \quad (1)$$

2- دالة الفشل Failure Function

هي احتمالية فشل جهاز أو ماكنة خلال الفترة $(t + \Delta t)$، علما بأنها كانت تعمل عند الزمن t، ويرمز لها بالرمز $f(t)$ وتكون صيغتها كالآتي (Kalbfleisch and Prentice, 2002)

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_r(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (2)$$

3- دالة المخاطرة Hazard Function

هي المعدل الفوري أو اللحظي (Instantaneous Rate) لحدوث الفشل، وتسمى أحيانا بنسبة الفشل، ويرمز لها بالرمز $h(t)$ وصيغتها تكون كالآتي (Lawless, 2003)

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_r(t < T < t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \quad = \frac{f(t)}{R(t)} \qquad (3)$$

3- توزيع ويبل Weibull Distribution

يعد توزيع ويبل من أَهم التوزيعات الاحتمالية المستمرة التي لها استخدامات كثيرة في اختبارات الحياة وتطبيقات المعولية ، فضلاً عن استخداماته في هندسة نظم المعلومات والتنبؤ بالأحوال الجوية ، ووصف سرعة الرياح وغيرها من الاستخدامات الأخرى. وسمي بهذا الاسم نسبة الى مكتشفه العالم السويدي (Waloddi Weibull) في سنة 1939. وله عدة أنواع منها:

3.1 – توزيع ويبل ذي المعلمتين

يعد هذا التوزيع احد نماذج الفشل الشائعة الاستخدام، وله معلمتان هما معلمة الشكل a ، معلمة القياس b ، ودالة الكثافة الاحتمالية والتوزيعية تكونان وفق الآتي (Singh and Shukla, 2000)

$$f(t) = \frac{a}{b} t^{a-1} e^{\frac{-t^a}{b}} \quad , t > 0 , \qquad a, b > 0 \qquad (4)$$

$$F(t) = 1 - exp\left(-\frac{t^a}{b}\right) \qquad (5)$$

أما دالة المعولية وداله المخاطرة ;هما كالآتي

$$R(t) = exp\left(-\frac{t^a}{b}\right) \qquad (6)$$

$$h(t) = \frac{a}{b} t^{a-1} \qquad (7)$$

3.2– توزيع ويبل ذي الثلاث معلمات

من الممكن الحصول على هذا التوزيع بالاعتماد على توزيع ويبل ذي معلمتي الشكل والقياس مع إضافة معلمة ثالثة إليهما هي معلمة الموقع γ ،التي تشير إلى أقل فترة البقاء (الوكيل، 2012).

إن دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع تكونان وفق الصيغ الآتية:

$$f(t) = \left[\frac{a(t-\gamma)^{a-1}}{b^a}\right] e^{-[\frac{t-\gamma}{b}]^a} \quad , \ t \geq \gamma, \ a, b > 0 \qquad (8)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left[\frac{t-\gamma}{b}\right]^a} \qquad (9)$$

أما بالنسبة لدالة المعولية ودالة المخاطرة فهما كالآتي

$$R(t) = e^{-[\frac{t-\gamma}{b}]^a} \qquad (10)$$

$$h(t) = \frac{a(t-\gamma)^{a-1}}{b^a} \quad (11)$$

3.3− توزيع باي ويبل

يعد توزيع باي ويبل (Bi-Weibull) أَحد أنواع توزيع ويبل، ويمكن الحصول عليه من خلال دمج توزيع ويبل ذي المعلمتين مع توزيع ويبل ذي معالم ثلاثة، وبذلك يَتكون توزيع شكله مرن، ويمكن الحصول على مرونة اكثر من خلال إضافة اكثر من توزيعين لتوزيع ويبل وسيزيد بذلك عدد المعلمات المقدرة.

هناك أنواع أخرى من توزيع (ويبل) المتمثلة بتوزيع باي ويبل ذي المعلمات الخمس وتوزيع ويبل المعمم (الموسع الجديد) (الوكيل، 2012)، (Shiker, 2012). وسنقتصر في هذا البحث على توزيع ويبل ذي المعلمتين.

4- تقدير دالة المعولية Estimation reliability Function

هناك عدة طرائق لتقدير دالة المعولية للبيانات الكاملة منها طرائق لامعلمية، وطرائق معلمية وفي السنوات الأخيرة تم استخدام تقنيات ذكائية وطرائق مضببة لتقدير دالة المعولية ، وفي هذه المقالة تم استخدام طرائق ثلاث في تقدير معلمات توزيع (ويبل) ثم تقدير دالة المعولية.

4.1- طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method

تعد طريقة الإمكان الأعظم من طرائق التقدير المهمة التي تجعل دالة الإمكان للمتغيرات العشوائية للتوزيعات في نهايتها العظمى، فقد قام العديد من الباحثين بأستخدام هذه الطريقة لتقدير معلمات ودالة المعولية للتوزيع.

إن دالة الإمكان تكون وفق الآتي (جعفر واخرون،2009) و (Elmanan and Mohammed, 2016)

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n, a, b) = \left(\frac{a}{b}\right)^n \left(\prod_{i=1}^{n} t_i^{a-1}\right) \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^a}{b}\right) \quad (12)$$

وبأخذ المشتقات الجزئية نحصل على

$$\frac{\partial LnL}{\partial a} = \frac{n}{a} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^a \, Ln\, t_i}{b} + \sum_{i=1}^{n} Ln\, t_i = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial b} = \frac{n}{b} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^a}{b} = 0 \quad (14)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}}}{n} \quad (15)$$

أما بالنسبة لمعلمة الشكل لا يمكن حلها باستخدام الطرائق التحليلية الاعتيادية ، وبذلك يمكن حلها باستخدام إحدى الطرائق العددية مثل طريقة نيوتن رافسون وكالآتي

$$\hat{a} = \hat{a}_{j-1} - \frac{g(\hat{a}_{j-1})}{\acute{g}(\hat{a}_{j-1})}$$

$$g(\hat{a}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}}\ Ln\ t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}}} - \frac{1}{\hat{a}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} Ln\ t_i}{n} \qquad (16)$$

$$\acute{g}(\hat{a}) = \frac{\partial g(\hat{a})}{\partial \hat{a}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}} \sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}} (Ln\ t_i)^2 - (\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}}\ Ln\ t_i)^2 -}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{a}}} + \frac{1}{\hat{a}^2} \qquad (17)$$

وبذلك نحصل على مقدرات معلمات توزيع (ويبل)، لذا فإن مقدر دالة المعولية هو

$$\hat{R}(t) = exp\left(-\frac{t^{\hat{a}_{Ml}}}{\hat{b}_{Ml}}\right) \qquad (18)$$

4.2- طريقة بيز القياسي Standard Bayes Method

تعد هذه الطريقة إحدى أساليب الطرائق البيزية التي تستخدم في تقدير معلمتي توزيع ويبل، وتقدير الدالة المعولية من خلال افتراض أن معلمة الشكل معلومة ومعلمة القياس غير معلومة. إن التوزيع السابق لمعلمة القياس يتم استخراجه من خلال استخدام صيغة جفري (Jeffrey's Formula) (الناصر ومحمد، 2009) أي إن:

$$P(b) =\propto \sqrt{I(b)}$$

$$P(b) = k\sqrt{I(b)} = k - nE\left(\frac{\partial^2 Lnf}{\partial b^2}\right) \qquad (19)$$

إذ إن $P(b)$ يمثل التوزيع السابق لمعلمة القياس، $\sqrt{I(b)}$ ، فيمثل صيغة جفري أما $I(b)$ فهو عبارة عن صيغة فيشر (Fisher's Formula)

$$\because\ -nE\left(\frac{\partial^2 Lnf}{\partial b^2}\right) = \frac{n}{b^2} \qquad (20)$$

ولذا فإن التوزيع السابق لمعلمة القياس هو وفق الآتي

$$P(b) = k\sqrt{\frac{n}{b^2}}$$

إن الصيغة العامة للتوزيع اللاحق لمعلمتي توزيع(ويبل) هي:

$$H(a, b|t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{f(t_1, t_2, \dots, t_n; a, b)}{f(t_1, t_2, \dots, t_n)}$$

$$\because f(t_1, t_2, \dots, t_n, a, b) = \frac{a^n}{b^n} \prod_{i=1}^{n} t_i^{a-1} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^a}{b}\right) \frac{k\sqrt{n}}{b}$$

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{k\sqrt{n}\, a^n\ \prod_{i=1}^{n} t_i^{a-1}}{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^a\right)^n}\ (n-1)!$$

ولذا فإن صيغة التوزيع اللاحق لمعلمة القياس هي وفق الآتي

$$H(b|t_1,t_2,\dots.,t_n)=\frac{(\sum_{i=1}^{n}t_i^a)^n\ \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i^a}{b}\right)}{b^{n+1}(n-1)!} \qquad (21)$$

يمكن الحصول على مقدر (بيز) لمعلمة القياس من خلال تعريف دالة المخاطرة للمعلمة بافتراض دالة الخسارة هي دالة مربع الخطأ.

$$\hat{R}_s(\hat{b},b)=\int_0^{\infty}c(\hat{b}-b)^2\ H(b|t_1,t_2,\dots.,t_n)db$$

وبأخذ المشتقة الجزئية نسبة إلى b ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$\hat{\mathrm{b}}_{\mathrm{B}}=\int_0^{\infty}\mathrm{b}\ \ \mathrm{H}(\mathrm{b}|\mathrm{t}_1,\mathrm{t}_2,\dots.,\mathrm{t}_{\mathrm{n}})\ \mathrm{db} \qquad (22)$$

وبذلك يكون مقدر بيز لمعلمة القياس وفق الآتي:

$$\hat{\mathrm{b}}_{\mathrm{B}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i^a}{(n-1)} \qquad (23)$$

أما مقدر بيز لدالة المعولية لتوزيع ويبل فيكون كالآتي:

$$\hat{R}(t)=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i^a}{T^a+\sum_{i=1}^{n}t_i^a}\right)^n \qquad (24)$$

4.3- طريقة العزوم Moment Method

تعد طريقة العزوم إحدى الطرائق الشائعة الاستخدام في تقدير المعلمات ، وإن أول من أشار إليها كارل بيرسون والتي تمثل بمساواة عزم المجتمع مع عزم العينة (فدعم ومحمد،2012). وفي هذه الطريقة تم تقدير معلمة القياس بافتراض معلمة الشكل معلومة ووفق الآتي

$$\widehat{m}_k=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i^k}{n}$$

$$\hat{\mu}_k=b^k\Gamma(1+\frac{k}{a})$$

$$\hat{\mu}_1=b\Gamma(1+\frac{1}{a})$$

$$\widehat{m}_k=\hat{\mu}_k$$

$$\hat{\mu}=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i}{n}=\bar{t}$$

وعليه فإن مقدر معلمة القياس هو :

$$\hat{b}_{Mo}=\frac{\bar{t}}{\Gamma(1+\frac{1}{\hat{a}_{Mo}})} \qquad (25)$$

أما مقدر دالة المعولية فيكون وفق الآتي

$$\hat{R}(t) = exp\left(-\frac{t^{\hat{a}_{Mo}}}{\hat{b}_{Mo}}\right) \qquad (26)$$

لغرض المقارنة بين طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع (ويبل) هناك العديد من معايير المقارنة التي استخدمها العديد من الباحثين، ففي هذا البحث تم استخدام معيار متوسط الخطأ المطلق MAE ويكون وفق الصيغة الآتية:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|R(t_i) - \hat{R}(t_i)\right|}{n} \qquad (27)$$

5- الجانب التطبيقي Application

تناول هذا الجانب استخدام المحاكاة في توليد بيانات كاملة، تتبع توزيع (ويبل) ذي المعلمتين لعدة نماذج بقيم افتراضية ، وأحجام عينة مختلفة لتقدير معلمات التوزيع والدالة المعولية بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث ، وكما هو مبين في الجداول الآتية

الجدول (1): يوضح نماذج توزيع ويبل

Model	a	b
1	1	0.5
2	1	2
3	1.5	0.8
4	1.5	2.5
5	2	1.5
6	2	3

الجدول (2): يوضح تقدير معلمات توزيع ويبل

Model	Size	$\hat{a}_{Ml}$	$\hat{b}_{Ml}$	$\hat{a}_{B}$	$\hat{b}_{B}$	$\hat{a}_{Mo}$	$\hat{b}_{Mo}$
	20	0.8760	0.8385	1.0000	0.8535	1.0000	0.8109
	40	1.0704	0.4545	1.0000	0.4613	1.0000	0.4497
1	70	1.0320	0.5720	1.0000	0.5819	1.0000	0.5736
	90	0.9134	0.4796	1.0000	0.5115	1.0000	0.5058
	120	0.8168	0.5609	1.0000	0.5294	1.0000	0.5250

2	20	0.8759	3.3539	1.0000	3.4142	1.0000	3.2435
	40	1.0705	1.8178	1.0000	1.8450	1.0000	1.7989
	70	0.7369	1.7440	1.0000	1.8995	1.0000	1.8724
	90	0.9374	1.9151	1.0000	1.8288	1.0000	1.8085
	120	0.9604	1.8120	1.0000	1.9022	1.0000	1.8863
3	20	1.3223	0.6028	1.5000	0.5171	1.5000	0.6247
	40	1.8466	1.0652	1.5000	1.1517	1.5000	1.0971
	70	1.2756	0.6868	1.5000	0.6461	1.5000	0.7224
	90	1.3847	0.8948	1.5000	0.9025	1.5000	0.9178
	120	1.5658	0.9080	1.5000	0.9353	1.5000	0.9367
4	20	1.3139	2.6000	1.5000	4.2677	1.5000	2.5946
	40	1.6057	1.7284	1.5000	2.3063	1.5000	1.7487
	70	1.5490	2.0146	1.5000	2.9097	1.5000	2.0309
	90	1.3688	1.7919	1.5000	2.5574	1.5000	1.8292
	120	1.4406	1.7247	1.5000	2.3777	1.5000	1.7587
5	20	1.7519	1.5860	2.0000	2.5606	2.0000	1.5932
	40	2.1409	1.1676	2.0000	1.3838	2.0000	1.1882
	70	2.0654	1.3098	2.0000	1.7459	2.0000	1.3238
	90	1.8250	1.1997	2.0000	1.5344	2.0000	1.2121
	120	1.6141	1.3011	2.0000	1.5882	2.0000	1.2624
6	20	2.2188	1.5392	2.0000	2.6185	2.0000	1.6133
	40	1.5983	1.9611	2.0000	3.9907	2.0000	1.9658
	70	1.4681	1.6189	2.0000	2.8493	2.0000	1.6143
	90	1.4884	1.7738	2.0000	2.9273	2.0000	1.7007
	120	1.8906	1.7594	2.0000	3.2173	2.0000	1.7758

الجدول (3): يوضح قيم MAE لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل

Model	Size	ML	Bayes	MO	Best
	20	0.1126	0.0058	0.1149	Bayes
	40	0.0122	0.0038	0.0284	Bayes
1	70	0.0419	20.002	0.0357	Bayes
	90	0.0336	0.0016	0.0028	Bayes
	120	0.0324	00.001	0.0123	Bayes
	20	0.1593	0.0059	0.1149	Bayes
	40	0.0330	0.0038	0.0284	Bayes
2	70	0.0510	0.0018	0.0145	Bayes
	90	0.0099	0.0014	0.0260	Bayes
	120	0.0205	0.0011	0.0140	Bayes
	20	0.0916	0.0057	0.0588	Bayes
	40	0.0913	0.0041	0.0850	Bayes
3	70	0.0605	0.0017	0.0231	Bayes
	90	0.0221	0.0015	0.0331	Bayes
	120	0.0358	0.0012	0.0386	Bayes
	20	0.0437	0.0058	0.0081	Bayes
	40	0.1072	70.003	0.0956	Bayes
4	70	0.0603	00.002	0.0535	Bayes
	90	0.0722	0.0016	0.0761	Bayes
	120	0.0844	0.0011	0.0833	Bayes
	20	0.0352	0.0058	0.0132	Bayes
	40	0.0675	0.0038	0.0625	Bayes
5	70	0.0360	0.0021	0.0323	Bayes

	90	0.0556	0.0016	0.0519	Bayes
	120	0.0382	0.0011	0.0429	Bayes
	20	0.1803	0.0073	0.1598	Bayes
	40	0.0549	0.0029	0.0874	Bayes
6	70	0.1100	0.0018	0.1328	Bayes
	90	0.0891	0.0015	0.1388	Bayes
	120	0.1167	0.0011	0.1209	Bayes

من الجدول (3) نلحظ أن قيم MAE لطريقة (بيز) أَقل من قيم الطرائق الأخرى ،وهذا يدل على أن طريق (بيز) كانت الأفضل في تقدير دالة المعولية للتوزيع.

6- الاستنتاجات Conclusions

تم التوصل من خلال النتائج التطبيقية إلى أن طريقة (بيز) في النماذج الستة هي الأفضل مقارنة مع طريقة الإمكان الأعظم، وطريقة العزوم في تقدير دالة المعولية للبيانات الكاملة لتوزيع ويبل ذي المعلمتين، وكلما زادت حجم العينة فإن مقدار الخطأ في طريقة (بيز) يقل ،وهذا يدل على أن النتائج تكون أَفضل.

المصادر References

1- الصفاوي، صفاء يونس والجمال، زكريا يحيى، 2006، استخدام طريقة الامكان الاعظم وطريقة كابلن – ميير لتقدير دالة المعولية مع التطبيق على معمل اطارات بابل. مجلة تنمية الرافدين، مجلد 82، العدد 28.

2- الناصر، عبدالمجيد حمزة ومحمد صالح، مكي أكرم، 2009، استخدام دالة خسارة معممة لطريقة بيز لتقدير معلمة القياس والدالة المعولية لتوزيع ويبل. المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، 16، ص.ص 1-14.

3- الوكيل، علي عبد الحسين، 2012، ملاحظات على توزيع ويبل. مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد18، العدد67.

4- جعفر، صادق مولى و عبدالوهاب، بيداء إسماعيل وحسون، انتصار عبيد، 2009، افضل تقدير لمعولية توزيع ويبل ذي المعلمتين. مجلة بغداد للعلوم، مجلد 6، العدد 4.

5- راهي، عبد الرحيم خلف والجمال، زكريا يحيى، 2006، استخدام بعض الطرق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية (دراسة مقارنة). مجلة الإدارة والاقتصاد، العدد 58.

6- طاهر، محمد عبود، امين، عبدالله عبدالقادر وقاسم، بهاء عبدالرزاق، 2009، تقدير دالة المعولية لبعض مكائن الشركة العامة لصناعة الاسمدة المنطقة الجنوبية بإتباع سياسة الفحص والصيانة الوقائية. مجلة العلوم الاقتصادية، المجلد 6، العدد 24.

7- عطا، أمل وعباس، ناصر، 2014، تقدير معولية توزيع الفشل الخطي العام باستخدام المحاكاة. مجلة الهندسة والتكنولوجيا، المجلد32، العدد11.

8- فدعم، انتصار عريبي ومحمد، بشير فيصل، 2012، مقارنة لبعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية باستخدام المحاكاة. مجلة الإدارة والاقتصاد، المجلد 35، العدد 91، ص.ص 248-267.

- Abouammoh, A.M. and Alshingiti, A.M. 2009. Reliability 9 estimation of generalized inverted exponential distribution. Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 79, No. 11, p.p. 1301-1315.

- Baird,J. A., Hayes, M., Johnson, R., Johnson, S. and Lamprianou, L. 10 2012. Marker Effects and Examination Reliability: a Comparative Exploration from the perspectives og Generalizability Theory, Rasch Modeling and Multilevel Modeling. Coventy: Ofqual.

- Bldhan, K. and Awasthi, A. 2014. Estimation of Reliability 11 Parameters of Software Growth Models Using A variation of Particle swarm Optimization. Information Technology Summit (Confluence).

- Chryssaphinou, O., Limnios, N. and Malefaki, S. 2011. Multi stat 21 reliability systems under discrete time semi-Markovian hypothesis. IEEE Transactions on Reliability, 60, 1, 80-87.

- Crisp, V. 2010. Towards a model of the judgment processes 31 involved in examination marking, Oxford Review of Education, 36, 1,1-21.

- Elmanan, R.F. and Mohammed, K.B. 2016. Reliability Analysis 41 using Weibull Distribution Kiln of ALsalam Cement Factory as Case Study. International Journal of Science and Research. Vol.5, Issue5,1195-1198.

- Gorjian, N., Ma, L., Mittinty, M., Yarlagadda, P., and Sun, Y. 2009. 51 A REVIEV ON RELIABILITY MODELS WITH COVARIATES. Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asst Management Athens.

- Greatorex, J. and Suto, I. 2006. An empirical exploration of human 61 judgement in the marking of school examinations. 32nd International Association for Educational Assessment Conference, Singapore, 21-26 May.

- Kalbfleisch, J.D. and Prentice, R.L. 2002. The Statistical Analysis 71 of Failure Time Data. John Wiley and Sons. New York.

18- Kumar, A. and Ram, M. 2018. System Reliability Analysis Based on Weibull Distribution and Hesitant Fuzzy Set. International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences, Vol.3, No,4, 513-521.

19- Lawless, J.F. 2003. Statistical model and methods for life time data. Jhon weliy and Sons, Inc. New Jersy.

20- Meadows. and Billington, L. 2005. A Review of the Literature on Marking Reliability. Manchester: AQA [online].

21- Neuendorf, K. A. 2002. The content analysis guidebook. Thousand Oaks, CA: Sage.

22- Shiker, M.A.K. 2012. Evaluating Reliability Systems by Using Weibull & New Weibull Extension Distributions. Journal of Karbala of University, Vol.10, No.1.

23- Singh, H.P. and Shukla, S.K. 2000. Estimation the two Parameter Weibull Distribution with Prior Information. IAPQR, Transaction, 25, 2, 107-118.

24- Sinha, S.K. and Kale, B.K. 1980. Life Testing and Reliability Estimation. John Wiley and Sons, New York.

25- Suto, I., Crisp, V. and Greatorex, J. 2008. Investigating the judgement al marking process. Research Matlers, 5, 6-8 [online].

26- Suto, I., Nadas, R. and Bell.2011. Who should mark what? A study of factors affecting marking accuracy in a biology examination. Research Paper in Education, 26, 1, 21-52.

27- Telang, A.D. and Mariappan, V. 2008. Hazard Rate of Lognormal distribution: An Investigation. International Journal of Perform ability Engineering, Vol. 4, No. 2, p.p. 103-108.

28- Weibull, W. 1939. A statistical Theory of the Strenth of Materials. Ingeniors Vetens Kaps A kademian-Handlligar, No. 151, Generalstabens Litograflaka Anstalts, Furiag, Stockholm, Sweden.

29- Whitehouse,G., Maughan, S. and Burdett, N. 2013. A Review of Literature on Marking Reliability Research (Report for Ofqual). Slough: NFER.

30- Zheng, C., Liu, X., Huang, S. and Yao, Y. 2011. A parameter Estimation Method for Software Reliability Models. Procardia Engineering, 15, 3477-3481.