المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (17) 2010
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات-الاحصاء والمعلوماتية
ص ص [97– 114]

تقدير أنموذج AR(p) باستخدام تقليص المويجة

صفاء يونس الصفاوي* طه حسين علي** محمد عبد المجيد بدل***

الملخص

تم في هذا البحث استخدام طريقة مقترحة لتقليص المويجة وذلك لمعالجة مشكلة التلوث (أو التشويش أو الضوضاء) الذي يمكن أن تتعرض له مشاهدات السلسلة الزمنية ومحاولة إيجاد أفضل تقدير لمعلمات نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p وذلك من خلال الحصول على أقل قيمة ممكنة (أفضل قيمة) من قيم المعايير الإحصائية المقدرة لتلك النماذج المقترحة (ذات تلوث أقل) مثل خطأ التنبؤ النهائي , دالة الخسارة ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة ومقارنتها مع المعايير الإحصائية المقدرة لنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p المقدر بالطريقة الاعتيادية , في حين تناول الجانب التطبيقي من البحث تحليل مشاهدات السلسلة الزمنية التي تمثل كميات تساقط الأمطار السنوية في محافظة اربيل للفترة الزمنية (1992-2007) بالاعتماد على الحاسبة الالكترونية وبالتحديد استخدام البرنامج الجاهز لماتلاب فضلاً عن تصميم برنامج بلغة ماتلاب .

Estimations of AR(p) Model using Wave Shrink

Abstract

In this research, A proposed method was used to shrink the wavelet, in order to deals with the problem of noise (or contamination) that may encounter the time series data, and trying to find the best estimation for the parameters of the autoregressive model of order (p) by getting the least possible value (best value) of the estimated statistical

---

* استاذ مساعد/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات/جامعة الموصل
** مدرس/ قسم الإحصاء/ كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة صلاح الدين /اربيل
*** مدرس مساعد/ قسم الإحصاء/ كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة صلاح الدين /اربيل
تاريخ التسلم :2009/7/1 ــــــــــــــــــــــــــــــــ تاريخ القبول : 6 /12 /2009

criteria's values for the proposed models (of less contamination) as the final prediction error, loss function and The Mean Absolute Prediction Error, and comparing them with the estimated statistical criteria's for the autoregressive model from order (p) that estimated by the classical method.

In the application side of the research, the analysis of the time series observations of the quantity of the annual rainfall in Erbil city for the period (1992-2007) was discussed depending on the use of MATLAB software, in addition to write code using MATLAB language.

1 : المقدمة :

يعد موضوع تحليل السلاسل الزمنية (Time Series Analysis) من المواضيع الإحصائية المهمة التي تتناول سلوك الظواهر وتفسيرها عبر حقب محددة , ويمكن تحديد أهداف تحليل السلاسل الزمنية بالحصول على وصف دقيق للملامح الخاصة للعملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية , وبناء نموذج لتفسير سلوكها واستخدام النتائج للتنبؤ بسلوكها في المستقبل , فضلاً عن التحكم في العملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية بفحص ما يمكن حدوثه عند تغير بعض معلمات النموذج , ولتحقيق ذلك يتطلب الأمر دراسة تحليلية وافية لنماذج السلاسل الزمنية بالاعتماد على الأساليب الإحصائية والرياضية .

من جانب آخر يمكن استخدام تقليص المويجة (Wavelet Shrinkage) في ترشيح (Filtering) مشاهدات السلسلة الزمنية ومعالجة مشكلة التلوث (أو التشويش أو الضوضاء) الذي يمكن أن تتعرض له السلسلة الزمنية (والذي يؤثر حتماً في تقدير معلمات النموذج) وذلك من خلال الاعتماد على مستوى قطع العتبة الشاملة (Universal Threshold) في تقليص معاملات تحويل المويجة (Wavelet Transformation) والحصول على مشاهدات سلسلة زمنية ذات تلوث أقل من مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية , ومن ثم استخدام هذه المشاهدات المرشحة للسلسلة الزمنية في تقدير معلمات نموذج الانحدار الذاتي (Autoregressive Model) من الرتبة p .

2 : تحليل السلسلة الزمنية :

يتكون تحليل السلسلة الزمنية من مراحل متسلسلة تبدأ بمرحلة التـشخيص للنمـوذج والتي تعد المرحلة الأهم التي يتم من خلالها تحديد نوع النموذج ورتبته وتليها مرحلة تقـدير معلمات النموذج , ومن ثم مرحلة فحص مدى الملاءمة للنموذج فضلاً عـن حـساب بعـض المعايير الإحصائية لمعرفة مدى كفاءة النموذج المقدر , وأخيراً تأتي مرحلـة التنبـؤ للقـيم المستقبلية للسلسلة الزمنية .

إن إحدى طرائق تحليل السلاسل الزمنية تتم من خلال تمثيلها بنموذج خطي عام هـو نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p والذي يكتب اختصاراً AR(p) ونحصل عليه من خـلال الصيغة الآتية {3} :

$$y_t = \theta_0 + \sum_{k=1}^{p} \theta_k y_{t-k} + \varepsilon_t \qquad \cdots (1)$$

حيث أن θ_k تمثل معلمات النموذج و $(p \neq 0)$ هو عدد صحيح موجب محدد يـشير إلى رتبة نمـوذج الانحـدار الـذاتي , ε_t هـي متغيـرات عـشوائية غيـر مرتبطـة (Uncorrelated random variables) لها معدل صفر وتباين σ_ε^2 وتدعى بالـضوضاء الأبيض (White Noise) , وعلى فرض أن السلسلة الزمنية y_t مستقرة (Stationary) أي أن الخصائص الاحتمالية لا تتأثر بالزمن يمكن تقدير معلمـات النمـوذج باسـتخدام طريقـة المربعات الصغرى وتعظيم دالة الترجيح التقريبية أو التامة , أو استخدام طريقـة العـزوم أو معادلات (Yule-Walker) أو ... الخ .

بعد الحصول على النموذج في الصيغة (1) يمكن اختبار مدى الملاءمة (فحص الملاءمـة مثلاً باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي) للتأكـد مـن ملاءمـة النمـوذج لمشاهدات السلسلة الزمنية , ومن ثم حساب بعض المعايير الإحصائية لمعرفة مـدى كفـاءة النموذج المقدر من خلال محاولة الحصول على أقل قيمة ممكنة لهذه المعايير مثل خطأ التنبؤ النهائي (Final Prediction Error) ويرمز له اختصاراً (FPE) للباحث (Akaike) الذي يقدم مقياس كفاءة نوعية النموذج بواسطة محاكاة الحالة من خلال نموذج يختبر عند مجموعة بيانات مختلفة بعد حساب عدة نماذج مختلفة والمقارنة فيما بينها باستخدام هذا المعيـار مـع نظرية (Akaike) للحصول على أفضل نموذج ملائم لتلك البيانات ويكون عادةً أصغر قيمـة (FPE) ويمكن تقديره من خلال الصيغة الآتية {4} :

$$FPE = LF \cdot \left(\frac{1 + p/N}{1 - p/N} \right) \qquad \cdots (2)$$

حيث أن N تمثل مشاهدات السلسلة الزمنية , في حين أن LF تمثل دالـة الخـسارة (Loss function) المعروفة إحصائيا والتي تمثل أيضاً معيار إحصائي يقيس كفاءة النموذج المقدر , كما يمكن استخدام المعيار الإحصائي متوسط الأخطاء النسبية المطلقـة (Mean Absolute Prediction Error) الذي يرمز له اختصاراً (MAPE) .

3 : الموجة :

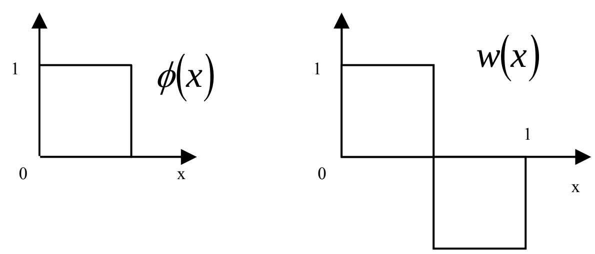
الموجة هي أحد أنواع الدوال الرياضية المستخدمة لتجزئة الدالة المعطاة إلى مركّبات تردد مختلفة ودراسة كل مركب مع إعادة الحل الملائم عند كل قيـاس , وتتكـون الموجـات الصغيرة عادة من جزأين يمثل الأول دالة القياس (Scaling function) التي تعرف أيـضاً بدالة الأب (Father function) والتي تمثل معادلة التفصيل (Dilation equation) والتـي نحصل عليها من خلال الصيغة الآتية {6} :

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{N} c(k)\phi(2x-k) \qquad \cdots (3)$$

حيث أن $c(\mathrm{k})$ تمثل معاملات مرشح العبور-الـواطئ (Low-pass Filter) , فـي حين يمثل الجزء الثاني دالة الموجة (Wavelet function) والتي تعرف أيـضاً بدالـة الأم (Mother function) والتي تمثل معادلة الموجة (Wavelet equation) والتـي نحـصل عليها من خلال الصيغة الآتية {7} :

$$w(x) = \sum_{k=0}^{N} d(k)\phi(2x-k) \qquad \cdots (4)$$

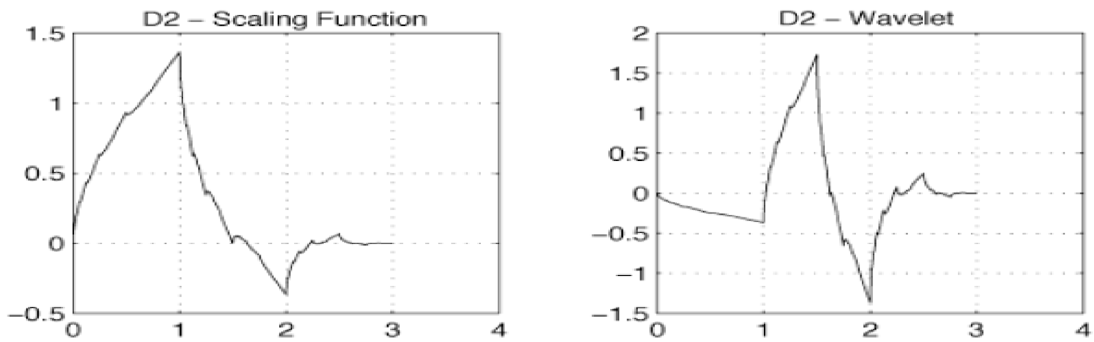
حيث أن $d(\mathrm{k})$ تمثل معاملات مرشح العبور-العالي (High-pass Filter) فمثلاً عند استخدام الموجة هار (Haar Wavelet) فأن N=1 ولـدينا أيـضاً $c(0)=c(1)=1$ وكذلك $d(0)=-d(1)=1/2$ (وذلك من خلال استخدام خواص الموجة المذكورة لاحقـاً) كما يلاحظ من خلال الشكل الآتي :



الشكل (1)

دالة القياس و الموجة هار

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد معاملات الموجة (Daubechies) من الرتبة الثانية (والتي يرمز لها عادةً (db2)) عندما N=3 (والمستخدمة مع الموجة هار في هذا البحث) وكما هو موضح من خلال الشكل الآتي {1} :



الشكل (2)

دالة القياس و الموجة (db2)

خواص الموجة هي كما يلي {2} :

1- التعامدية (Orthogonality) :

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{jk}(x) w_{JK}(x) dx = 0 \qquad \cdots (5)$$

2- تمثيل القياس والزمن (Time and scale) حيث أن j تمثل مؤشر القياس (Scale index) في حين أن k تمثل مؤشر الزمن (Time index) .

3- $c(\mathrm{k})$ و $d(\mathrm{k})$ تحددان كل معلومات $\phi(x)$ و $w(x)$ والتي تكون عادةً فترة ارتكاز (Support interval) ومتعامدتين ولها خاصية التمهيد (Smoothness) والطبيعية (Normalization) .

يمكن تحويل الموجة (Wavelet Transform) وذلك من خلال تحليل الدالة :

$$\mathrm{b}_{JK} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot w_{JK}(x) dx \qquad \cdots (6)$$

وتمثيل الدالة بالصيغة الآتية :

$$f(x) = \sum_{\mathrm{j}=\mathrm{k}} \mathrm{b}_{jk} \cdot w_{jk}(x) dx \qquad \cdots (7)$$

الهدف هو الحصول على معاملات كفوءة (Efficiently) من b_{jk} وذلك من خـلال استخدام تحليل متعدد-إعادة الحـل (Multi-resolution decomposition) وعلـى هـذا الأساس يمكن إيجاد معاملات التحويل للموجة الصغيرة ولتكن المويجة هار مثلاً وكما يلي :

افرض لدينا الدوال الطبيعية الآتية :

$$w_{jk}(x) = 2^{j/2}\, w\left(2^{j} x - k\right) \qquad \cdots (8)$$

وأن :

$$b_{jk} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) 2^{j/2}\, w_{jk}\left(2^{j} x - k\right) dx \qquad \cdots (9)$$

والتي يمكن من خلالها فضلاً عن خواص المويجة يمكن الحـصول علـى معـاملات التحويل للقياس و المويجة وكما ياتي :

$$\phi(x) = \phi(2x) + \phi(2x-1)$$

$$\Rightarrow \phi_{j-1,k}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\phi_{j,2k}(x) + \phi_{j,2k+1}(2x-1)\right]$$

كذلك لدينا :

$$w(x) = \phi(2x) - \phi(2x-1)$$

$$\Rightarrow w_{j-1,k}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\phi_{j,2k}(x) - \phi_{j,2k+1}(2x-1)\right]$$

وهذا يعني أن معاملات القياس هي :

$$a_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a_{j,2k} + a_{j,2k+1}\right) \qquad \cdots (10)$$

ومعاملات المويجة هي :

$$b_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a_{j,2k} - a_{j,2k+1}\right) \qquad \cdots (11)$$

وبالطريقة نفسها يمكن إيجاد معاملات التحويـل المتقطـع للموجـة الـصغيرة (db2) المستخدمة في هذا البحث .

4 : تقليص المويجة :

التقليص (Shrinkage) هو عبارة عـن قطـع عتبـة غيـر خطـي (Non-linear thresholding) لمعاملات التحويل للموجة الصغيرة وذلك من خلال الخطوات الآتية {5} :

1- إيجاد التحويل المتقطع للموجة الصغيرة (ذات التعامد الطبيعي) والملاءمـة لمـشاهدات السلسلة الزمنية , أي أن :

$$y^{*} = W(y) \qquad \cdots (12)$$

2 – تقدير قطع العتبة (Threshold Estimation) :

$$\lambda = Est\left(y^{*}\right) \qquad \cdots (13)$$

3 – قطع العتبة لمعاملات التحويل للموجة الصغيرة عند مستوى قطع عتبة λ , أي أن :

$$y^{*'} = D\left(y^{*}, \lambda\right) \qquad \cdots (14)$$

4- إعادة قيم المشاهدات مـن خـلال إيجـاد معكـوس تحويـل المويجـة (Inversion Transformation) أو ما تسمى بإعادة تكوين المشاهدات (reconstruction) , أي أن :

$$\hat{y} = W^{-1}\left(y^{*'}\right) \qquad \cdots (15)$$

سيتم اختيار مستوى قطع العتبة الشاملة (Universal threshold) لأنه أكثر ملاءمةً في معالجة مشكلة التلوث لمشاهدات السلسلة الزمنية والتي يمكن تقديرها من خلال الـصيغة الآتية :

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N} \qquad \cdots (16)$$

والتي يمكن استخدامها مع أحد أنواع قطع العتبة مثل قطع العتبـة الـصلبة (Hard) , الناعمة (Soft) أو الوسيطة (Mid) وكما ياتي :

* قطع العتبة الصلبة :

المعاملات ($d_{j,k}$ المعرفة من خلال الصيغة (4)) تحول إلى مجموعة صفرية فقـط إذا كانت القيم المطلقة لها أصغر من مستوى قطع العتبة λ , أي أن :

$$\eta(d_{j,k}) = \begin{cases} 0 & if \quad |d_{j,k}| \le \lambda \\ d_{j,k} & if \quad |d_{j,k}| > \lambda \end{cases} \qquad \cdots(17)$$

* قطع العتبة الناعمة :

المعاملات التي تكون قيمتها أقل أو تساوي مستوى قطع العتبة λ تعتبر تلوث يجب إزالتها من خلال جعلها قيما صفرية , أما باقي المعاملات فتحول إلى قيم أخرى كما يلاحـظ ذلك من خلال الصيغة الآتية :

$$\eta(d_{j,k}) = \begin{cases} 0 & if \quad |d_{j,k}| \le \lambda \\ sign(d_{j,k})(|d_{j,k}| - \lambda) & if \quad |d_{j,k}| > \lambda \end{cases} \qquad \cdots(18)$$

حيث أن :

$$sign(d_{j,k}) = \begin{cases} +1 & if \quad d_{j,k} > 0 \\ 0 & if \quad d_{j,k} = 0 \\ -1 & if \quad d_{j,k} < 0 \end{cases} \qquad \cdots(19)$$

* قطع العتبة الوسيطة :

وهو حل وسط بين قطع العتبة الصلبة والناعمة ونحصل عليه من خلال الصيغة الآتية:

$$\eta(d_{j,k}) = sign(d_{j,k})(|d_{j,k}| - \lambda)_{++} \qquad \cdots(20)$$

حيث أن :

$$(|d_{j,k}| - \lambda)_{++} = \begin{cases} 2(|d_{j,k}| - \lambda)_{+} & if \quad |d_{j,k}| < 2\lambda \\ |d_{j,k}| & otherwise \end{cases} \qquad \cdots(21)$$

$$\left(\left|d_{j,k}\right|-\lambda\right)_{+}=\begin{cases}0 & if \quad \left(\left|d_{j,k}\right|-\lambda\right)<0\\ \left(\left|d_{j,k}\right|-\lambda\right) & otherwise\end{cases} \qquad \cdots(22)$$

5 : الطريقة المقترحة في تقدير معلمات نموذج AR(p) :

تناول البحث استخدام طريقة مقترحة في تقدير معلمات نموذج AR(p) من خلال الاعتماد على تقليص المويجة وذلك من خلال إيجاد التحويل المتقطع للموجة الصغيرة (المويجة هار و(db2) المذكورتان في الفقرة الثالثة) لمشاهدات السلسلة الزمنية واستخدامها مع أحد أنواع قطع العتبة (التي تمَ تقديمها في الفقرة الرابعة) كمرشح لمعالجة مشكلة التلوث (التشويش أو الضوضاء) الذي يمكن أن تتعرض له مشاهدات السلسلة الزمنية (استخدام الأربع خطوات المذكورة آنفاً في تقليص المويجة مع الاعتماد على مستوى قطع العتبة الشاملة λ) والحصول على مشاهدات ذوات تلوث أقل والتي سيتم من خلالها تقدير معلمات النموذج AR(p) , ومن ثم حساب المعايير الإحصائية LF , FPE و MAPE لتبيان مدى كفاءة هذا النموذج المقدر ومقارنته مع الطريقة الاعتيادية .

6 : الجانب التطبيقي :

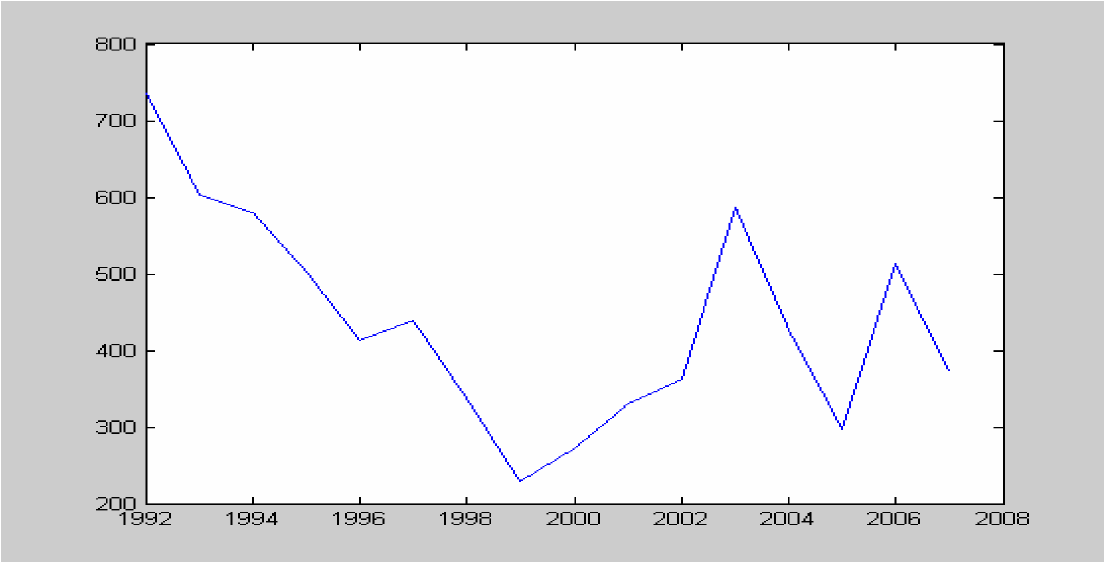
تناول الجانب التطبيقي من البحث المقارنة بين الطريقة الاعتيادية والمقترحة في تقدير النموذج AR(p) الملائم لمشاهدات السلسلة الزمنية التي تمثل كميات تساقط الأمطار السنوية (ملم) في محافظة اربيل للفترة الزمنية (1992-2007) كما هو موضح من خلال الجدول الآتي :

الجدول (1): كميات تساقط الأمطار السنوية (ملم) في محافظة اربيل للفترة الزمنية (1992-2007)

السنة	كميات تساقط الأمطار السنوية (ملم)	السنة	كميات تساقط الأمطار السنوية (ملم)
1992	736.700	2000	272.300
1993	602.700	2001	330.900
1994	580.400	2002	361.500
1995	502.200	2003	587.654
1996	412.590	2004	427.000
1997	440.100	2005	297.500
1998	337.200	2006	514.000
1999	229.200	2007	273.400

المصدر : مديرية الأنواء الجوية في محافظة اربيل .

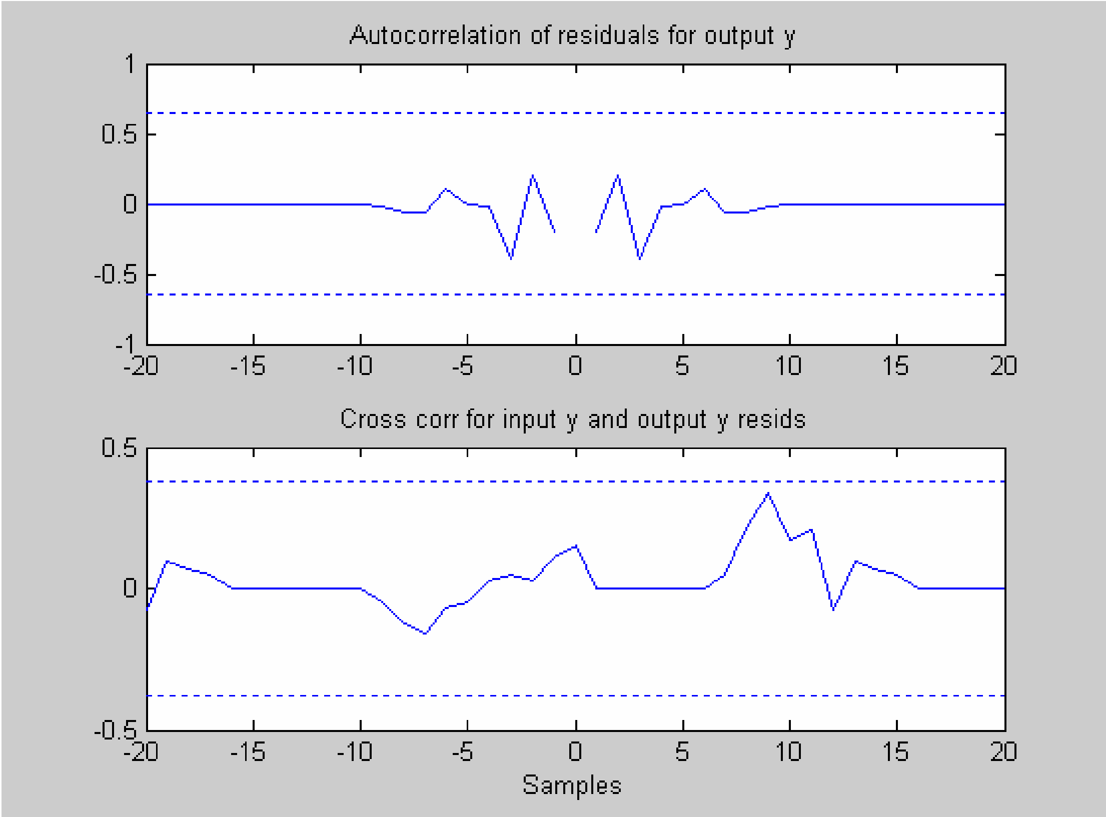
بالاعتماد على برنامج ماتلاب تم رسم مشاهدات السلسلة الزمنية وكانـت كمـا فـي الشكل الآتي :



الشكل (3)

مشاهدات السلسلة الزمنية التي تمثل كميات تساقط الأمطار السنوية (ملم) في محافظة اربيل

باستخدام البرنامج الجاهز ماتلاب تم تشخيص النموذج AR(p) الملائـم لمـشاهدات السلسلة الزمنية باستخدام الارتباط الذاتي والجزئي للمشاهدات (الملحق A) وكان من الرتبة السادسة وتم تقديره بالاعتماد على طريقة (Yule-Walker) , كما في الجـدول (3) , وتـم اختبار هذا النموذج من خلال فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقـاطع للبواقي تحت مستوى معنوية (0.05) كما في الشكل الآتي :



الشكل (4)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي (الطريقة الاعتيادية)

نلاحظ من خلال الشكل (4) أن جميع القيم كانت واقعة داخل حدود الثقة وهذا يعني ملاءمة النموذج AR(6) المقدر لمشاهدات السلسلة الزمنية , وعلى هذا الأساس تم اعتماد هذا النموذج للطريقة الاعتيادية وحساب المعايير الإحصائية LF , FPE و MAPE له (المذكورة آنفاً) , كما يلاحظ ذلك من خلال الجدول (4) .

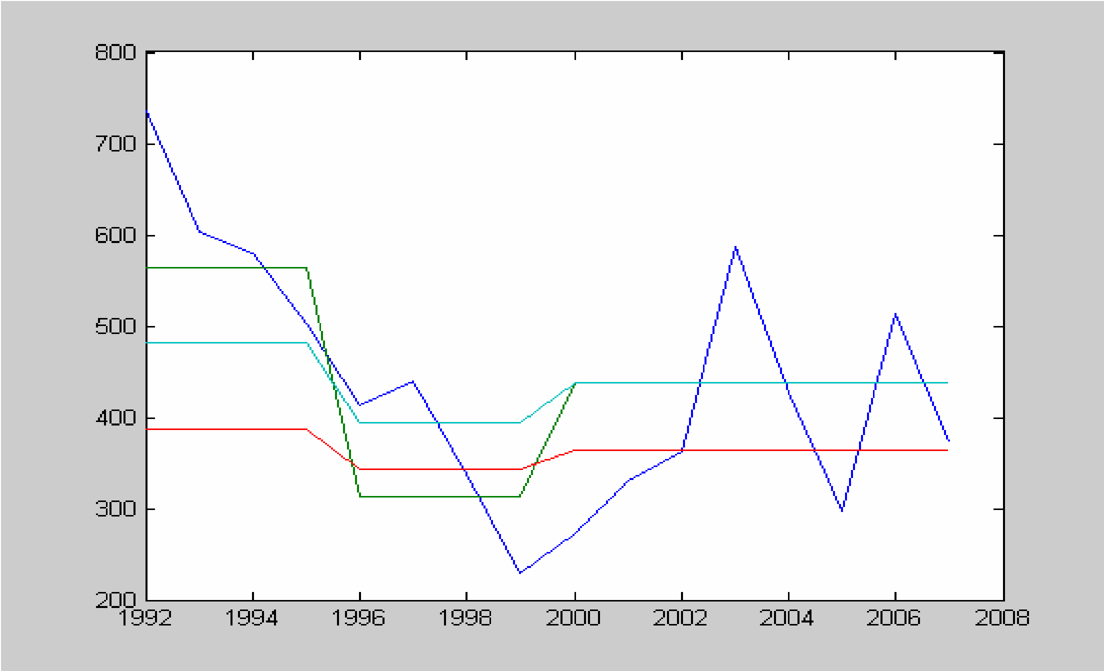
كما تم استخدام تقليص المويجة المذكورة آنفاً في ترشيح مشاهدات السلسلة الزمنية لكميات تساقط الأمطار السنوية (ملم) بالاعتماد على برنامج بلغة ماتلاب تم تصميمه لهذا الغرض (الملحق B) , وعلى فرض أن hh تمثل ناتج تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الصلبة , hs تمثل ناتج تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الناعمة , hm تمثل ناتج تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الوسيطة , dh تمثل ناتج تقليص المويجة (db2) مع قطع العتبة الصلبة , ds تمثل ناتج تقليص المويجة (db2) مع قطع العتبة الناعمة و dm تمثل ناتج تقليص المويجة (db2) مع قطع العتبة الوسيطة , كما هو موضح من خلال الجدول الآتي :

الجدول (2)

ناتج تقليص المويجة **هار و (db2) لمشاهدات السلسلة الزمنية**

السنة	hh	hs	hm	dh	ds	dm
1992	563.1978	386.2642	481.2710	677.7594	612.7115	674.9990
1993	563.1978	386.2642	481.2710	677.5037	611.6447	674.6086
1994	563.1978	386.2642	481.2710	579.7541	538.2980	580.9124
1995	563.1978	386.2642	481.2710	508.1279	484.3187	512.2174
1996	312.4703	342.8272	394.3970	462.6251	449.7067	468.5236
1997	312.4703	342.8272	394.3970	410.1225	409.9052	418.1307
1998	312.4703	342.8272	394.3970	370.4843	388.3194	390.4356
1999	312.4703	342.8272	394.3970	327.3991	361.8527	356.6587
2000	437.8340	364.5457	437.8340	280.8669	330.5051	316.7999
2001	437.8340	364.5457	437.8340	235.2584	300.4654	278.5707
2002	437.8340	364.5457	437.8340	417.0182	337.7558	361.2683
2003	437.8340	364.5457	437.8340	537.8549	357.0051	411.5637
2004	437.8340	364.5457	437.8340	385.6229	339.7857	392.6014
2005	437.8340	364.5457	437.8340	306.5595	332.3381	392.1966
2006	437.8340	364.5457	437.8340	382.9680	325.6462	396.9834
2007	437.8340	364.5457	437.8340	417.7179	318.7518	400.3790

ومن ثم رسم ناتج تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الصلبة , الناعمـة والوسـيطة مقارنةً مع مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية , كما في الشكل الآتي :

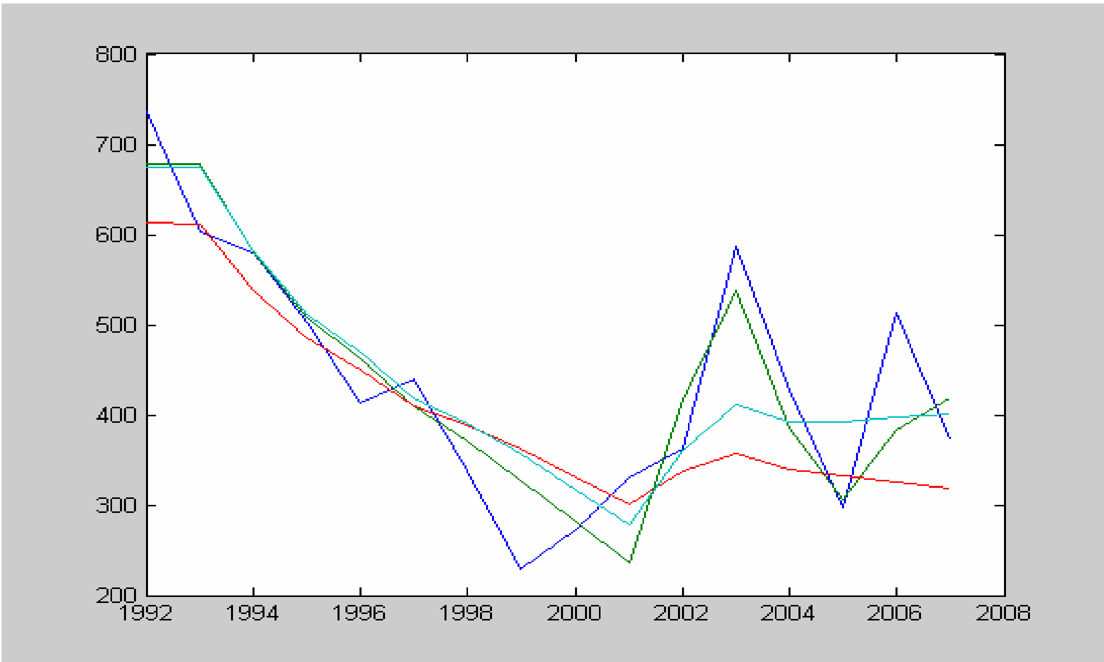


الشكل (5)

مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية (الأزرق) وناتج تقليص الموجة **هار**

مع قطع العتبة الصلبة (الأخضر غامق) , الناعمة (الأحمر) والوسيطة (أخضر فاتح)

ورسم ناتج تقليص المويجة (db2) مع قطع العتبة الصلبة , الناعمة والوسيطة مقارنةً مع مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية , كما في الشكل الآتي :



الشكل (6)

مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية (الأزرق) وناتج تقليص المويجة **(db2)**

مع قطع العتبة الصلبة (الأخضر غامق) , الناعمة (الأحمر) والوسيطة (أخضر فاتح)

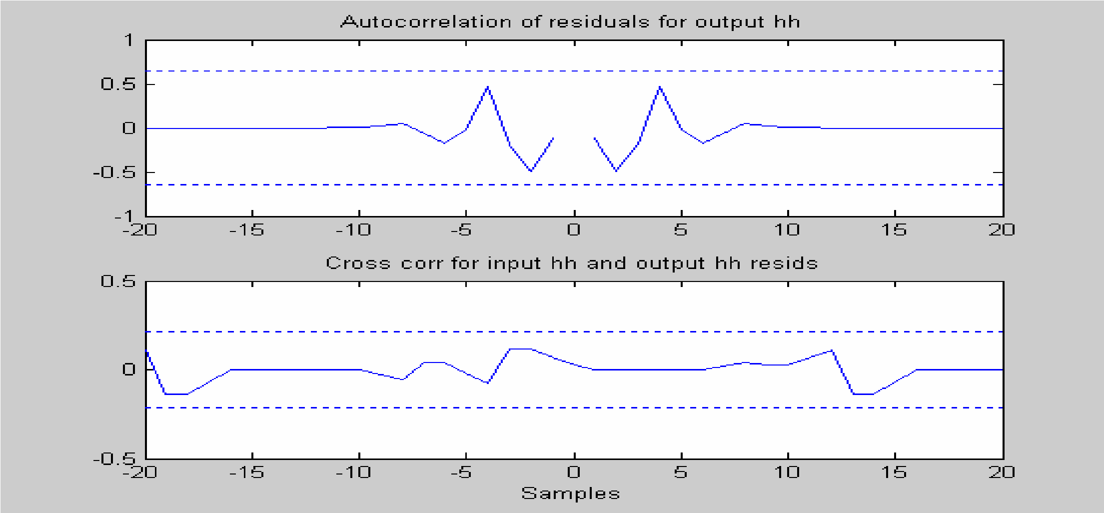
بالاعتماد على البرنامج المصمم بلغة ماتلاب تم تقدير النمــوذج AR(6) (باســتخدام طريقة Yule-Walker أيضاً) لناتج تقليص المويجة هار و (db2) مع قطع العتبة الــصلبة , الناعمة والوسيطة لمشاهدات السلسلة الزمنية , ومقارنةً مع النموذج AR(6) المقدر بالطريقة الاعتيادية تم عرضها من خلال الجدول الآتي :

الجدول (3)

نماذج AR(6) للطريقة الاعتيادية والمقترحة

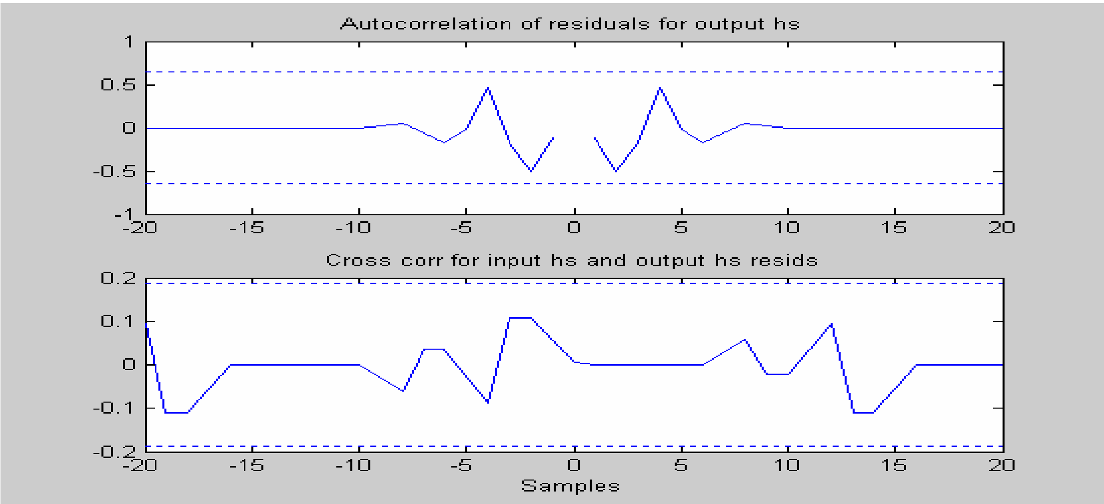
الطريقة	النموذج AR(6) المقدر
الاعتيادية	$A(q) = 1 - 1.109\ q^{-1} + 0.633\ q^{-2} - 1.069\ q^{-3} + 1.395\ q^{-4} - 1.32\ q^{-5} + 0.4734\ q^{-6}$
هار مع الصلبة	$A(q) = 1 - 0.7705\ q^{-1} - 0.2609\ q^{-2} - 2.644\ e_{(-16)}\ q^{-3} + 0.4\ q^{-4} - 0.3082\ q^{-5} - 0.08456\ q^{-6}$
هار مع الناعمة	$A(q) = 1 - 0.7594\ q^{-1} - 0.2599\ q^{-2} - 2.54\ e_{(-15)}\ q^{-3} + 0.4\ q^{-4} - 0.3038\ q^{-5} - 0.08182\ q^{-6}$
هار مع الوسيطة	$A(q) = 1 - 0.7612\ q^{-1} - 0.2601\ q^{-2} - 1.421\ e_{(-16)}\ q^{-3} + 0.4\ q^{-4} - 0.3045\ q^{-5} - 0.08231\ q^{-6}$
(db2) مع الصلبة	$A(q) = 1 - 0.442\ q^{-1} + 1.388\ q^{-2} - 1.395 q^{-3} + 0.7541\ q^{-4} - 0.453\ q^{-5} + 0.1744\ q^{-6}$
(db2) مع الناعمة	$A(q) = 1 - 0.359\ q^{-1} + 0.7421\ q^{-2} - 0.5492 q^{-3} + 0.1312\ q^{-4} - 0.03078\ q^{-5} + 0.07766\ q^{-6}$
(db2) مع الوسيطة	$A(q) = 1 - 1.429\ q^{-1} + 0.819\ q^{-2} - 0.6135 q^{-3} + 0.1983\ q^{-4} - 0.03118\ q^{-5} + 0.05383\ q^{-6}$

للتأكد من ملاءمة النماذج المقدرة بالطريقة المقترحة (ولكل من تقليص المويجة هار و (db2) مع قطع العتبة الصلبة , الناعمة والوسيطة) تم استخدام فحص الملاءمــة بالاعتمــاد على الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي تحت مستوى معنوية (0.05) , وكما يلاحظ ذلك من خلال الأشكال الآتية :



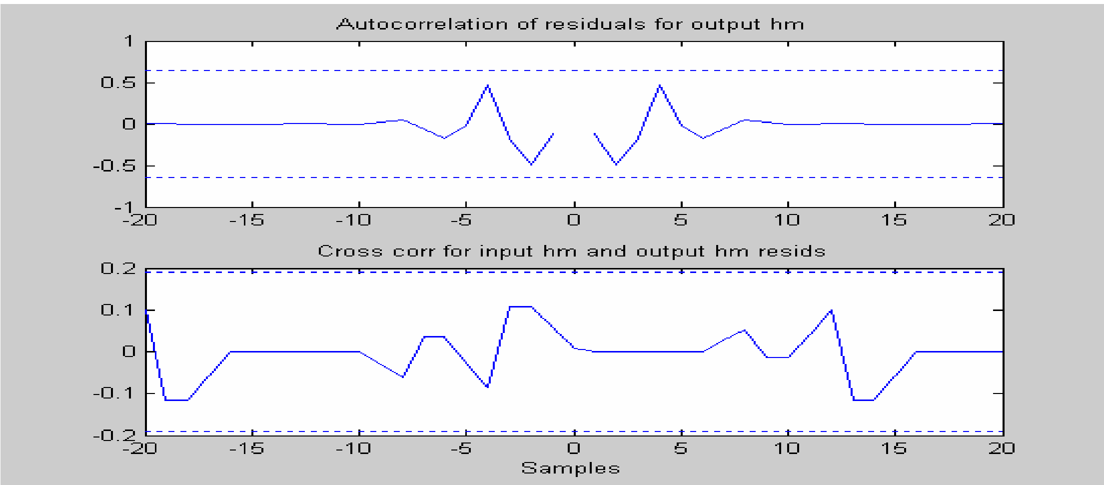
الشكل (5)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي (هار مع الصلبة)



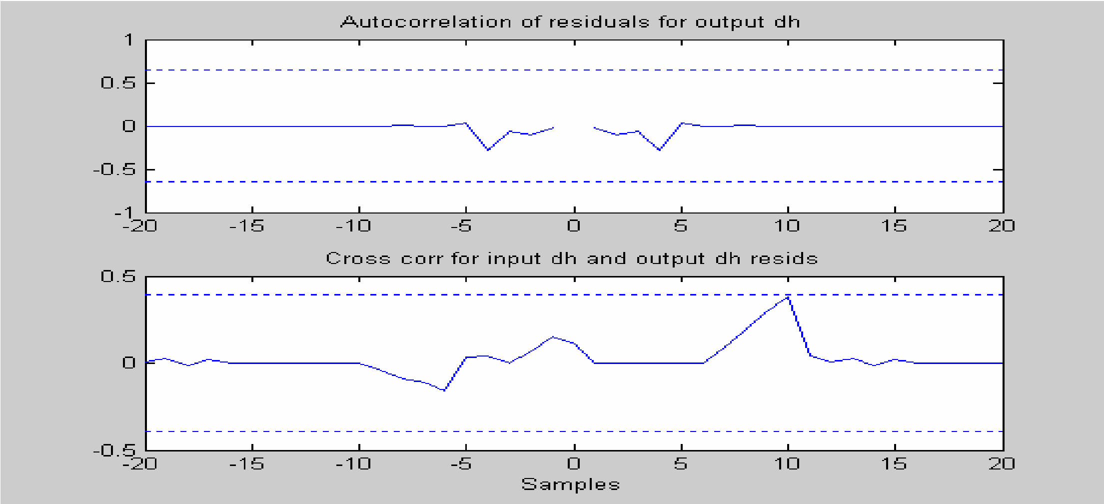
الشكل (6)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي (هار مع الناعمة)



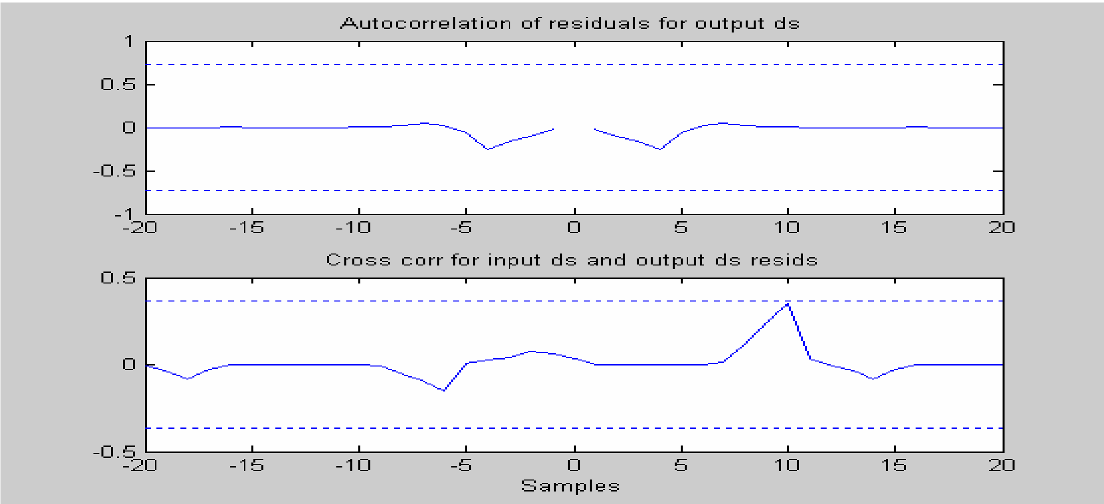
الشكل (7)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي (هار مع الوسيطة)



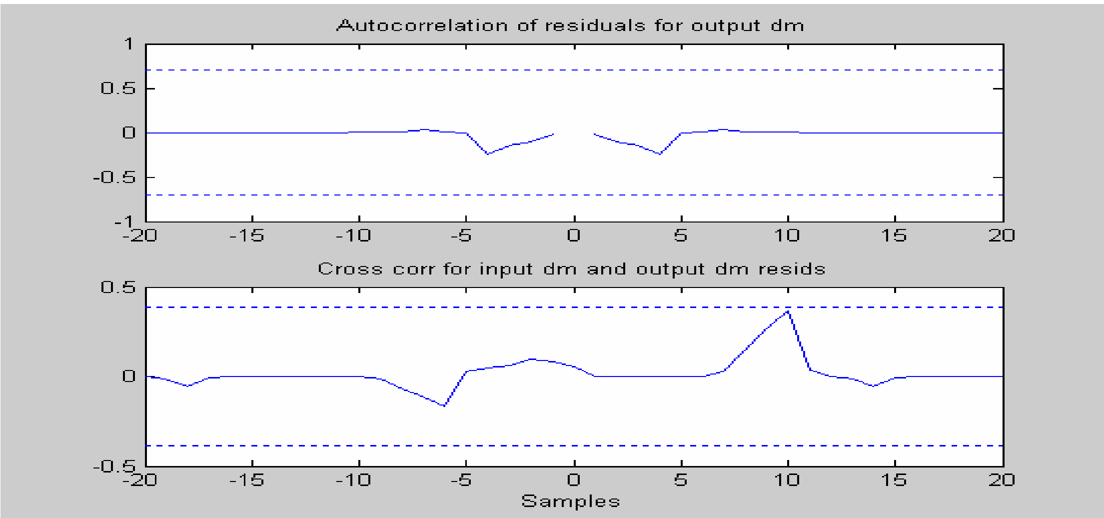
الشكل (8)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي ((db2) مع الصلبة)



الشكل (9)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي ((db2) مع الناعمة)



الشكل (10)

فحص الملاءمة باستخدام الارتباط الذاتي والارتباط-المتقاطع للبواقي ((db2) مع الوسيطة)

من خلال الأشكال السابقة نلاحظ أن جميع النماذج AR(6) المقدرة كانـت ملاءمـة لمشاهدات السلسلة الزمنية وعلى هذا الأساس يمكن اختيار أي منها لتمثيل هذه السلسلة الزمنية , ولكن يمكن اختيار الأفضل منها أو من الطريقة الاعتيادية مـن خـلال حـساب المعـايير الإحصائية وتحديد أقل قيمة من قيمها لاختيار النموذج الأفضل من AR(6) الأكثـر ملاءمـة لمشاهدات السلسلة الزمنية , لذلك تم حساب LF , FPE و MAPE للنمـاذج المقـدرة فـي الجدول (3) ولخصت من خلال الجدول الآتي :

الجدول (4)

المعايير الإحصائية للنماذج المقدرة AR(6) للطريقة الاعتيادية والمقترحة

الطريقة	LF	FPE	MAPE
الاعتيادية	4945.38	10879.8	40.5701
هار مع الصلبة	151.372	333.0190	16.0703
هار مع الناعمة	4.47766	9.85084	15.5401
هار مع الوسيطة	17.9537	39.4982	15.6250
(db2) مع الصلبة	2630.43	5786.95	36.8473
(db2) مع الناعمة	202.33	445.126	19.9922
(db2) مع الوسيطة	690.281	1518.62	21.8436

من خلال الجدول (4) نلاحظ أن الطريقة المقترحة حصلت على نتائج أفـضل مـن الطريقة الاعتيادية وبشكل واضح جداً (وبالاعتماد على كل المعايير الإحصائية المستخدمة في هذا البحث) , في حين كانت الطريقة المقترحة الناتجة من تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الناعمة هي الأفضل مقارنةً مع البقية (ولكل المعايير الإحصائية المستخدمة في هذا البحـث) في تقدير أفضل نموذج AR(6) ملائم لمشاهدات السلسلة الزمنية التي تمثل كميـات تـساقط الأمطار السنوية (ملم) في محافظة اربيل .

الاستنتاجات والتوصيات

1- إمكانية استخدام الطريقة المقترحة التي تمثل تقليص المويجة في معالجة مشكلة التلوث في مشاهدات السلسلة الزمنية .

2- النموذج الملائم لمشاهدات السلسلة الزمنية لكميات تساقط الأمطار السنوية (ملم) في محافظة اربيل باستخدام الطريقة الاعتيادية والمقترحة كان AR(6) .

3- الطريقة المقترحة كانت الأفضل مقارنة مع الطريقة الاعتيادية ولكل المعايير الإحصائية المستخدمة في هذا البحث في تقدير النموذج AR(6) .

4- الطريقة المقترحة الناتجة من تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الناعمة هي الأفضل مقارنةً مع باقي تقليص المويجة المستخدمة في هذا البحث ولكل المعايير الإحصائية المقدرة .

5- يوصي الباحثون باستخدام النموذج AR(6) المقدر بالطريقة المقترحة الناتجة من تقليص المويجة هار مع قطع العتبة الناعمة في تمثيل مشاهدات السلسلة الزمنية لكميات تساقط الأمطار السنوية (ملم) في محافظة اربيل .

6- يوصي الباحثون بإجراء دراسات مماثلة حول استخدام أنواع أخرى من الموجات الصغيرة فضلاً عن أنواع أخرى من قطع العتبة .

7- يوصي الباحثون بإجراء دراسات مماثلة حول تقليص المويجة في تقدير النموذج MA(q) و ARMA(p , q) .

المصادر

1- Chamberlain N. F. , (2002) , Introduction to Wavelet V1.7. South Dakota School of Mines and Technology , P.22 .

2- Donald B. Percival , Muyin Wang and James E. Overland , (2004) , An Introduction to Wavelet Analysis with Application to Vegetation Time Series , University of Washington .

3- Howell Tong , (1996) , Non-Linear Time Series , A Dynamical System Approach , University of Kent at Canterbury , p.4

4- Ljung , (1999) , Time series , Sections 7.4 and 16.4 , http://1984-2008- The MathWorks , Ins.- Site Help – Patents – Trademarks – Privacy .

5- Ramazan Gengay , Faruk Selguk and Brandon Whitcher , (2002) , An Introduction to Wavelet and other Filtering Methods in Finance and Economics , pp.207-234.

6- Ulrich Gunther , (2001) , Advanced NMR Processing , Eurolab Course " Advance Computing in NMR Spectroscopy" , Florence , pp.6-9 .

7- Yinian Mao , (2004) , Wavelet Smoothing , EcE , University of Maryland .