المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (17) 2010
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات-الاحصاء والمعلوماتية
ص ص [35- 48]

النمذجة الماركوفية للموسيقى الرقمية مع التطبيق

باسل يونس ذنون الخياط* زينة فالح صالح العجوز** محاسن ثابت يونس الطائي***

الملخص

يتضمن هذا البحث بناء نموذج رياضي تصادفي لمتتابعة النوتات الموسيقية وذلك باعتبارها سلسلة ماركوفية .فبعد إيضاح الجوانب النظرية المتعلقة بعلم الموسيقى ، فضلا عن أساسيات السلاسل الماركوفية ، خاصة فيما يتعلق بمفهوم الرتبة ، يتم تطبيق الجوانب النظرية على النشيد الإسلامي "طلع البدر علينا من ثنيات الوداع". ويتم تقدير معلمات النموذج الماركوفي المتعلق بهذا النشيد، فضلا عن تقدير رتبة النوتات الموسيقية المتعلقة به.

Markovian Modeling of Digital Music with Application

Abstract

This research deals with building a stochastic model for the sequence of music notations by considering them as a Markov chain, after explaining some theoretical sides related to music science as well as the basics of Markov chain, specially that related to the concept of order. An application on a well-known Islamic song is considered. The parameters of the Markovian model are estimated as well as the order.

* استاذ/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات/جامعة الموصل
** مدرس مساعد/كلية علوم الحاسبات والرياضيات
*** مدرس مساعد/كلية علوم الحاسبات والرياضيات

تاريخ التسلم :2009/7/1 ــــــــــــــــــــ تاريخ القبول : 6 /12 /2009

1- المقدمة

يعد النموذج الماركوفي Markovian Model من النماذج الرياضية التي تدخل تطبيقاته في شتى المجالات المختلفة(انظر على سبيل المثال الخياط 2010). لقد زادت أهمية هذا النموذج في الآونة الأخيرة كونه يعتمد على مفهوم الحالة الذي يمكن من نمذجة المتتابعات الزمانية Temporal Sequences. أن الفكرة الأساسية للنموذج الماركوفي هي كالأتي: هناك فضاء حالة S يضم مجموعة(محدودة أو غير محدودة قابلة للعد)من الحالات،وان احتمالية حدوث أي من هذه الحالات معطى جميع الحالات السابقة يعتمد فقط على k من الحالات السابقة،اذا أن k تسمى رتبة Order النموذج.لقد درست الباحثة الكسو(2005) بعض الجوانب الإحصائية المتعلقة بإختيار الرتبة المناسبة لأية مشاهدات ممثلة بالنموذج الماركوفي. وفي هذا البحث نتعامل مع النمذجة الماركوفية بمفهومها العام للنوتات الموسيقية.

2- علم الموسيقى

يعد علم الموسيقى من العلوم التي تطورت على مدى قرون عديدة ، تتألف الموسيقى من سبعة أصوات أساسية، أي لايوجد بالموسيقى سوى سبعة أسماء تدل على النوتات والجدول أدناه يبين النوتات الموسيقية مع رموزها الحرفية، وهي تقرأ وتدون من اليسار إلى اليمين حسب وضعها الإفرنجي، وقد جرى العمل على ذلك حتى في البلاد التي تكتب حروف لغتها من اليمين إلى اليسار، وعلى ذلك يجب أن تقرأ الموسيقى دائماً من اليسار إلى اليمين[3] [5] .

الجدول (1):يوضح النوتات الموسيقية ورموزها الحرفية

رمزها الحرفي	النوتة باللغة الفرنسية	النوتة باللغة العربية
C	do	دو
D	re	ري
E	me	مي
F	fa	فا
G	sol	صول
A	la	لا
B	si	سي

يعتمد علم الموسيقى أساساً على النوتات الموسيقية، إذ أن النوتات الموسيقية توضح زمن إيقاع النغم واسمه، فهي توضح زمن إيقاع الأنغام عن طريق أشكالها المختلفة، كما توضح أسماء الأنغام المختلفة حسب مركزها على السلم الموسيقي[3] .

والسلم الموسيقي هو عبارة عن خمسة اسطر متساوية في طولها ومسافات أبعادها، بينها أربعة افرغة. يبدأ في عد اسطره من الأسفل إلى الأعلى، وترتيب الافرغة في العد مثل ترتيب الأسطر، وتوضع الرموز المستعملة في تدوين الموسيقى على هذا السلم الموسيقي[5]

3-نمذجة المقطع الموسيقي

تتضمن نمذجة المقطع الموسيقي ثلاث عمليات وهي :

1- التقطع : أي تفكيك كلمات النشيد إلى أجزاء ووضع تحت كل جزء ما يناسبه من النوتات الموسيقية وأمدها الزمني .

2- تقسيم المحور الزمني Time Axis إلى نقاط متساوية المسافات Equally Space ، ولتكن $t_1, t_2, \ldots, t_h$ ، بحيث أن $t_i - t_{i-1} = h$ وان h كمية ثابتة للقيم $i = 1, 2\ldots,n$.

3- تكرار كل رمز بما يتناسب مع أمده . فعلى سبيل التمثيل اذا كان أمد النوتة هو $\frac{3}{4}$، وللتخلص من الكسر نقوم بضربها بالعدد (4) ، وعليه يكون تكرار النوتة 3 مرات .

4- ترتيب النوتات الموسيقية ، حيث تقابل كل نوتة موسيقية رقما يمثلها.

ولإيضاح هذه العمليات نأخذ النشيد الإسلامي "**طلع البدر علينا**" مثال (انظر الملحق). والجدول(2) يوضح كيفية تقطيع هذا النشيد.

الجدول(2) يوضح كيفية تقطيع النشيد "طلع البدر علينا"

ط	لـ	ع	البـ	در	ع	لـ	يـ	نا	من	ثـ	**التقطيع**
C	D	E	F	D	F	E	D	C	C	D	**النوتة**
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	**الأمد الزمني**
نـ	يا	ت	الو	داع	و	جـ	ب	الشـ	كر	ع	**التقطيع**
E	F	D	F	E	C	D	E	F	D	F	**النوتة**
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	**الأمد الزمني**
لـ	يـ	نا	ما	دا	ع	لا	ه	دا	ع		**التقطيع**
E	D	C	C	D	E	D	B	D	C		**النوتة**
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2		**الأمد الزمني**

وبالاستفادة من الجدول السابق فقد تم الحصول على المتتابعة الموضحة في أدناه ووفق ما ذكر سابقا ، اذ ضربت الكسور بالعدد 2 ثم تكرار الرمز حسب أمده الزمني. إن المتتابعة الزمانية للنشيد طلع البدر علينا هي كما مبينة في أدناه (تقرأ أفقيا من اليسار إلى اليمين ابتداء من الزاوية اليسرى العليا وانتهاء بالزاوية اليمنى السفلى) وكما ياتي :

{C,D,E,E,F,F,D,F,E,D,C,C,C,C,D,E,F,D,D,F,E,E,E,E,C,D,E,E,,F,F,D, F,E,D,C,C,C,D,E,E,D,D,B,D,C,C,C,C}

لتحويل المتتابعة الزمانية للنشيد إلى متتابعة عددية فقد تم ترميزها وعلى النحو الآتي:

$C\equiv 0$, $D\equiv 1$, $E\equiv 2$, $F\equiv 3$, $B\equiv 4$

وعليه فان المتتابعة بعد الترميز حسب الجدول (2) تصبح بالشكل الآتي :

{0,1,2,2,3,3,3,1,3,2,1,0,0,0,0,1,2,3,1,1,3,2,2,2,2,0,1,2,2,3,3,1,3,2,1,0,0,0,1,2, 2,1,1,4,1,0,0,0,0}

بما أننا نتعامل مع سبع نوتات موسيقية(C,D,E,F,G,A,B) والتي يمكن وضعها بأي ترتيب وليكن EFAACDC, EBAGCFF وهكذا. فـإذا فرضـنا بـان هـذه الحـروف تمثـل الحالات states، فان هذه الحالات بينها اعتمادية برتبة معينة، k=1,2,3,…، فإننا نـستطيع نمذجة هذه المتتابعات باعتبارها سلسلة ماركوفية وبالرتبة التي تناسبها وفق معيار معين.

إذا افترضنا أن n تمثل عدد المواقع التي تشغلها النوتات السبعة، فان عـدد الطـرق الكليـة (التوافيق) لإملاء n من المواقع هو 7^n حيث أن n=1,2,3,…، وكما هو واضح فانه كلمـا زادت n فان عدد التوافيق يزداد بشكل كبير. حيث ان كل توفيق من التوافيق يمثـل مقطعـا موسيقيا مختلفا عن المقاطع الأخرى.

4- تقدير الرتبة Estimation of Order

تُعد عملية تقدير رتبة سلسلة ماركوف لتمثيل مشاهداتها من المـسائل بالغـة الأهميـة فـي التطبيقات الواقعية، لما لها من علاقة بذاكرة السلسلة من خلال تحكمها ببعد النمـوذج، يقـال للعملية التصادفية $\{X_t;t=0,1,2,\ldots\}$ بأنها سلسلة ماركوف ذات رتبـة محـدودة k، أو ذات ذاكرة حجمها k، حيث أن k عدد صحيح موجب اكبر مـن الـصفر، إذا تحققـت العلاقـة الاحتمالية الآتية[1] :

$$P = (X_{t+1} = j \mid X_t = i_o, X_{t-1} = i_1, \ldots, X_{t-k} = i_k)$$
$$= P(X_{t+1} = j \mid X_t = i_o, X_{t-1} = i_1, \ldots, X_{t-k} = i_k) \qquad (1)$$

حيث أن k>0 وان $\forall i \in S$، وان S يمثل فضاء الحالة لـ $\{X_t\}$ ، $S=\{0,1,2,..S\}$.

ويمكن تعريف الرتبة بأنها اقل عدد صحيح موجب ممكن لعدد الحالات السابقة المباشرة التي يعتمد عليها احتمال الحالة القادمة. فإذا ما اعتمد احتمال الحالة القادمة على k مـن الحـالات السابقة مباشرةً، وكانت k اصغر عدد صحيح موجب ممكن، عندئذ فان k ستمثل رتبة سلسلة ماركوف، بحيث تحقق العلاقة (1).

وقد تكون سلسلة ماركوف ذات رتبة صفرية (لا تمتلك ذاكرة)، أي أنها عبارة عن سلسلة من المتغيرات العشوائية (أو الحالات) المستقلة عن بعضها البعض[6]، من هنا نستنتج بأن الرتبـة في المتتابعات الموسيقية يعنى بها عدد النوتات السابقة التي تعتمد عليها النوتة الحالية.

لقد ظهرت معايير المعلومات التي تعالج مسالة تقدير رتبة سلسلة ماركوف. ومن هذه المعايير المستخدمة معيار شانون للمعلومات (Shannon Information Criterion)، ومعيار خطـأ التنبؤ النهائي (Final Prediction Error) ويرمز له اختصاراً (FPE)،معيـار معلومـات اكاكي (Akaike's Information Criterion) ويرمز له اختصاراً (AIC)،معيار معلومات بيز (Bayesian Information Criterion) ويرمز له اختصاراً (BIC)[1]. وسوف نستخدم في بحثنا هذا معيار اكاكي للمعلومات (AIC) لتقدير رتبة المتتابعة الموسيقية.

5-معيار معلومات اكاكي Akaike's Information Criterion

قدم الباحث Akaike سنة 1970 بحثاً طور فيه معياراً، وهو معيار خطـأ التنبـؤ النهـائي (FPE) (Final Prediction Error)، عرّف فيه المعيار على انه متوسط مربعـات الخطـأ ألتنبؤي، وهو مقياس لتراكم التنبؤ. وقدم بعد ذلك معياراً لبناء النماذج التصادفية العامة اعتُبِر امتدادا لمعيار (FPE) بمقدمة عن المعيار النظري للمعلومات (AIC) الذي عرفه بالاتي[4]:

AIC=-2(Maximum likelihood)+2(no. of estimated Parameters in the model)

فهو مقياس لانحرافات النموذج عن البناء الحقيقي، والطريقة التي تعطي نماذج متعددة وتُقـر النموذج الذي يقلل (AIC) تسمى بمقدر أدنى (AIC) والذي يرمز له اختـصاراً (MAICE) (Minimum AIC Estimator)[4] .

وهناك ثلاث صيغ لـ(AIC) وللسهولة سوف نرمز لها بـ R(k)[4]:

i- $R(k) = {}_k\eta_L + 2k$

ii- $R(k) = -2\sum_{i=1}^{N} \log f(X_i \mid \hat{\theta}_k) + 2k$

حيث أن k تمثل عدد المعلمات المستقلة في النموذج.

iii- $R(k) = {}_k\eta_L$ -2(degrees of freedom)

ومن هذه الصيغ الثلاث فان الصيغة الثالثة هي الأكثر ملاءمة لتحليل سلاسل ماركوف.

لقد اثبت كل من Hoel (1954) و Good (1955) بان $(-2\log {}_k\lambda_L)$ التي تكافئ $({}_k\eta_L)$ مساوية للمقدار الأتي [4][1].

$$-2\log {}_k\lambda_L = 2\sum_{i,\dots,1} n_{ij\dots k_1}\left(\log\frac{n_{ij\dots k_1}}{n_{ij\dots k}} - \log\frac{n_{j\dots k_1}}{n_{j\dots k}}\right)$$

$$\equiv 2\sum_{i,\dots,1} n_{ij\dots k_1}\left(\log\frac{n_{ij\dots k_1}}{n_{ij\dots k}} \cdot \frac{n_{j\dots k}}{n_{j\dots k_1}}\right) \qquad (2)$$

وان درجات الحرية لـ $_k\eta_L$ يمكن حسابها بالصيغة الآتية:

$$\nabla s^{L+1} - \nabla s^{k+1}$$
$$\equiv s^{L+1} - s^{L} - s^{k+1} + s^{k}$$

حيث أن s تمثل عدد الحالات الممكنة للسلسلة.

وان كل من Hoel (1954) و (1955) Good قدما الصيغ الآتية لحساب $_k\eta_L$ [4]:

$$\left.\begin{aligned} {}_k\eta_L &= {}_k\eta_{k+1} + \ldots + {}_{L-1}\eta_L \\ &= \nabla^2 k_{L+1} + \nabla^2 k_L + \ldots + \nabla^2 k_{k+2} \\ &= \nabla k_{L+1} - \nabla k_{k+1} \qquad (-1 \le k < L) \\ &= -2\log\lambda_{k,k+1} - 2\log\lambda_{k+1,k+2} - 2\ldots - 2\log\lambda_{L-1,L} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

حيث أن

∇ تمثل عامل الفرق.

فلو اعتبرنا المتتابعة من الرتبة الأولى فان لكل نوتة عند الزمن n هناك سبع نوتـات ممكنـة عند الزمن n+1. وفي المقطوعة التي اعتمدنا عليها فهي تعتمد فقـط علـى خمـس نوتـات موسيقية وهي C,D,E,F,B. لو أخذنا المتتابعة المبينة في أدناه والتي تمثـل نوتـات النـشيد الإسلامي "طلع البدر علينا" .

{C,D,E,E,F,F,D,F,E,D,C,C,C,C,D,E,F,D,D,F,E,E,E,E,C,D,E,E,,F,F,D, F,E,D,C,C,C,D,E,E,D,D,B,D,C,C,C,C}.

وبعد الترميز تصبح المتتابعة بالشكل الاتي:

{0,1,2,2,3,3,1,3,2,1,0,0,0,0,1,2,3,1,1,3,2,2,2,2,0,1,2,2,3,3,1,3,2,1,0,0,0,1,2 ,2,1,1,4,1,0,0,0,0}.

وباعتبار أن هذه المتتابعة تمثل سلسلة ماركوفية من الرتبة الأولى أي ان لكـل نوتـة عنـد الزمن n هناك خمس نوتات عند الزمن n+1. وتكون مصفوفة التكرارات بالشكل الآتي:

رمز النوتة	**C**	**D**	**E**	**F**	**B**	**مجموع السطور**
C	8	4				12
D	3	2	4	3	1	13
E	1	3	6	3		13
F		3	3	2		8
B		1				1
مجموع الأعمدة	12	13	13	13	8	47

مصفوفة التكرارات للمتتابعة من الرتبة الأولى

ويكون حساب قيمة $_0\eta_1$ على النحو الآتي:

$$ {}_0\eta_1 = 8\log(\frac{8}{12}.\frac{47}{12}) + 4\log(\frac{4}{12}.\frac{47}{13}) + 3\log(\frac{3}{13}.\frac{47}{12}) + 2\log(\frac{2}{13}.\frac{47}{13}) + $$

$$ 4\log(\frac{4}{13}.\frac{47}{13}) + 2\log(\frac{3}{13}.\frac{47}{13}) + \log(\frac{1}{13}.\frac{47}{8}) + \log(\frac{1}{13}.\frac{47}{12}) + $$

$$ 3\log(\frac{3}{13}.\frac{47}{13}) + 6\log(\frac{6}{13}.\frac{47}{13}) + 3\log(\frac{3}{13}.\frac{47}{13}) + 3\log(\frac{3}{8}.\frac{47}{13}) + $$

$$ 3\log(\frac{3}{8}.\frac{47}{13}) + 2\log(\frac{2}{8}.\frac{47}{13}) + \log(\frac{47}{13}) $$

$$ {}_0\eta_1 = 15.6948 $$

$$ \therefore -2\log\lambda_{0,1} = 15.6948 \times 2 = 31.3896 $$

والجدول الأتي يوضح الاحتمالات الانتقالية لنشيد (طلع البدر علينا) على اعتبار المتتابعة من الرتبة الأولى.

الجدول (1) الاحتمالات الانتقالية للمتتابعة من الرتبة الأولى

النوتة أللاحقة / النوتة السابقة	C	D	E	F	B
C	%66	%33	%0	%0	%0
D	%23	%15	%30	%23	%7
E	%7	%23	%46	%23	%0
F	%0	%37	%37	%25	%0
B	%0	%100	%0	%0	%0

وباعتبار أن متتابعة هذه النوتات تمثل سلسلة ماركوف من الرتبة الأولى أي أن النوتة الحالية عند الزمن n تتأثر فقط بالنوتة التي تسبقها فقط (عند الزمن n-1) فان فضاء الحالـة يكّـون المجموعة { S={ C,D,E,F,B. في حين أن المصفوفة الانتقالية تكون بقسمة كل عنصر من عناصر مصفوفة التكرارات على مجموع صفه وكما يأتي:

$$ \underset{-}{P} = \begin{Bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{13} & \frac{2}{13} & \frac{4}{13} & \frac{3}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{1}{13} & \frac{3}{13} & \frac{6}{13} & \frac{3}{13} & 0 \\ 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} $$

ومن الجدول والمصفوفة يتـضح بـان النوتـات ,CB,CF,CE, BE, BC, FB, FC, EB ,BB,BFمعدومة في حين أن النوتتين BD نادرتين أما النوتتان CC فشائعتان في المتتابعـة الموسيقية.

أما لو اعتبرنا ان متتابعة هذه النوتات تمثل سلسلة ماركوف من الرتبة الثانيـة أي ان النوتـة الحالية عند الزمن n تتأثر فقط بالنوتتين اللتين تسبقها عند الزمن n-1 وعند الزمن n-2. فان مصفوفة التكرارات تكون بالشكل الآتي:

	00	01	02	03	04	10	11	12	13	14	20	21	22	23	24	30	31	32	33	34	40	41	42	43	44	المجموع
00	5	2																								7
01								4																		4
02																										0
03																										0
04																										0
10	3																									3
11									1	1																2
12													3	1												4
13																		3								3
14																						1				1
20		1																								1
21						2	1																			3
22											1	1	2	2												6
23																	1		2							3
24																										0
30				2																						2
31							1																			1
32												2	1													3
33																	2									2
34																										0
40																										0
41						1																				1
42																										0
43																										0
44																										0
المجموع	8	3	0	2	0	3	2	4	1	1	1	3	6	3	0	0	3	3	2	0	0	1	0	0	0	46

حيث أن

$$\sum_{4,3,2,1,0} .0. = 13$$

$$\sum_{4,3,2,1,0} .1. = 11$$

$$\sum_{4,3,2,1,0} .2. = 13$$

$$\sum_{4,3,2,1,0} .3. = 8$$

$$\sum_{4,3,2,1,0} .4. = 1$$

وإن حساب قيمة $_1\eta_2$ هي كالآتي:

$$_1\eta_2 = 5\log(\frac{5}{7}.\frac{13}{8}) + 2\log(\frac{2}{7}.\frac{13}{3}) + 4\log(\frac{4}{4}.\frac{11}{4}) + 3\log(\frac{3}{3}.\frac{13}{8}) +$$
$$\log(\frac{1}{2}.\frac{11}{1}) + \log(\frac{1}{2}.\frac{11}{1}) + 3\log(\frac{3}{4}.\frac{13}{6}) + \log(\frac{1}{4}.\frac{13}{3}) + 3\log(\frac{3}{3}.\frac{8}{3}) +$$
$$\log(\frac{1}{1}.\frac{1}{1}) + \log(\frac{1}{1}.\frac{13}{3}) + 2\log(\frac{2}{3}.\frac{11}{3}) + \log(\frac{1}{3}.\frac{11}{2}) + \log(\frac{1}{6}.\frac{13}{1}) +$$
$$\log(\frac{1}{6}.\frac{13}{3}) + 2\log(\frac{2}{6}.\frac{13}{6}) + 2\log(\frac{2}{6}.\frac{13}{3}) + \log(\frac{1}{3}.\frac{8}{3}) + 2\log(\frac{2}{3}.\frac{8}{2}) +$$
$$2\log(\frac{2}{2}.\frac{13}{2}) + \log(\frac{1}{1}.\frac{11}{2}) + 2\log(\frac{2}{3}.\frac{13}{3}) + \log(\frac{1}{3}.\frac{13}{6}) +$$
$$2\log(\frac{2}{2}.\frac{8}{3}) + \log(\frac{1}{1}.\frac{11}{3})$$
$$_1\eta_2 = 31.3055$$
$$\therefore -2\log\lambda_{1,2} = 31.3055 \times 2 = 62.611$$

والجدول أدناه يوضح الاحتمالات الانتقالية على اعتبار المتتابعة من الرتبة الثانية.

الجدول (2) الاحتمالات الانتقالية للمتتابعة من الرتبة الثانية

النوتة اللاحقة / النوتة السابقة	C	D	E	F	B
CC	%71	%28			
CD			%100		
DC	%100				
DD				%50	%50
DE			%75	%25	
DF			%100		
DB		%100			
EC		%100			
ED	%66	%33			
EE	%16	%16	%33	%33	
EF		%33		%66	
FC				%100	
FD		%100			
FE		%66	%33		
FF		%100			
BD	%100				

في حين أن المصفوفة الانتقالية تكون بالشكل الآتي:

$$
\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}
\frac{5}{7} & \frac{2}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

من الجدول والمصفوفة يتضح بان النوتات الثلاثة DCD , CDC, CCE (وجميع النوتـات التي تكون نسبة حدوثها 0%) لاتحدث إطلاقا.
في حين أن النوتات EEC, EDD نادرة الحدوث أما النوتات الثلاثة CCC فهي شائعة جـداً في المتتابعة. أما لو اعتبرنا ان متتابعة هذه النقاط تمثل سلسلة ماركوف من الرتبة الثالثـة أي ان النوتة الحالية(عند الزمن n)تتأثر فقط بثلاث نوتات تسبقها(عند الزمن n-1 وعند الزمن n-2).
وبنفس الطريقة السابقة يتم تكوين مصفوفة الرتبة الثالثة. أما حساب قيمة $_2\eta_3$ فيكـون علـى النحو الآتي:

$$
\begin{aligned}
{}_2\eta_3 = {} & 2\log(\tfrac{7}{10}) + 2\log(\tfrac{7}{4}) + 3\log(\tfrac{7}{5}) + 2\log(1) + \log(1) + \log(1) + 2\log(\tfrac{3}{2}) \\
& \log(3) + \log(1) + 3\log(\tfrac{9}{10}) + \log(\tfrac{3}{2}) + 2\log(\tfrac{6}{5}) + \log(1) + \log(1) + 2\log(\tfrac{4}{3}) \\
& \log(\tfrac{2}{3}) + \log(2) + \log(2) + \log(2) + \log(\tfrac{5}{3}) + 2\log(\tfrac{5}{3}) + \log(\tfrac{5}{2}) + \log(\tfrac{5}{2}) \\
& \log(3) + 2\log(\tfrac{3}{2}) + 2\log(1) + \log(1) + 2\log(2) + 2\log(2) + \log(1)
\end{aligned}
$$

$$ {}_2\eta_3 = 14.0751 $$

$$ \therefore -2\log\lambda_{2,3} = 28.1502 $$

ملاحظة:يقصد بالـ log في هذا البحث هو $\log_e$.

مما سبق يتضح لنا بان الاحتمالية لجميع الرتب المفترضة تكون حسب الجدول الاتي

$_k\eta_L$	Likelihood Statistic	Degrees of freedom
$_0\eta_1$	31.3896	16
$_0\eta_2$	94.0006	96
$_0\eta_3$	122.1508	496
$_1\eta_2$	62.611	80
$_1\eta_3$	90.7612	480
$_2\eta_3$	28.1502	400

وعليه فإن قيم R(k) هي كالآتي:

$R(k)={}_k\eta_L - 2(\text{degrees of freedom})$

k	R(k)	
0	-869.8492	
1*	-869.2388	(Order of the Chain)
2	-771.8498	

وباختيار اقل قيمة لدالة R(k) تكون المتسلسلة من الرتبة الأولى.

مناقشة

يتناول هذا البحث مسألة النمذجة الرياضية للنوتات الموسـيقية وذلـك باسـتخدام النمـوذج الماركوفي.فقد تم تطبيق هذا النموذج على النشيد الإسلامي "طلع البدر علينا من ثنيات الوداع" فقد تم اعتبار النوتات الموسيقية كحالات في النموذج الماركوفي وتم تقدير المصفوفة الانتقالية تبعاً لذلك. كذلك فقد اعتمد معيار اكاكي للمعلومات AIC لتقدير الرتبة المناسبة لهـذا النـشيد ووجد أنها الرتبة الأولى أي أن النوتة الواحدة في هذا النشيد تعتمد على النوتة السابقة لها.

شكر وتقدير

نتقدم بجزيل الشكر والامتنان للأستاذ هاني عبد ا   استاذ في كلية الفنون الجميلة في جامعة الموصل لمساعدتنا في عملية التقطيع الموسيقي للنشيد الإسلامي (طلع البدر علينـا مـن ثنيات الوداع).

المصادر

1- الكّسو، ابتهاج عبد الحميد (2005)، "استخدام الشبكات العصبية في تقدير رتب سلاسـل ماركوف مع التطبيق على سلسلة جبل بطمة في محافظة الموصل"، أطروحة دكتوراه، كليـة علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.

2- الخياط، باسـل يـونس ذنـون(2010)، " النمذجـة الماركوفيـة وتطبيقهـا باسـتخدام MATLAB" كتاب قيد الإنجاز.

3- دانها وزير، أدولف(1966)، " نظرية الموسيقى"، مطبعة نهضة مصر، القاهرة، ترجمـة محمد رشاد بدران .

4-Gates,P.(1975), “An examination in to the determination of the order of a Markov chain using Akaikes information criterion”, unpublished M.Sc. Dissertation, Manchester University,UK.

5-Schwartz,B.(2003),“Transforming XML into music notation, unpublished M.Sc. Thesis University of Virginia.

6-Tong,H.(1975).Determination of the order of a Markov chain by using Akaike’s information criterion”,J.APPL.Prob.12,PP.488-497.

الملحق

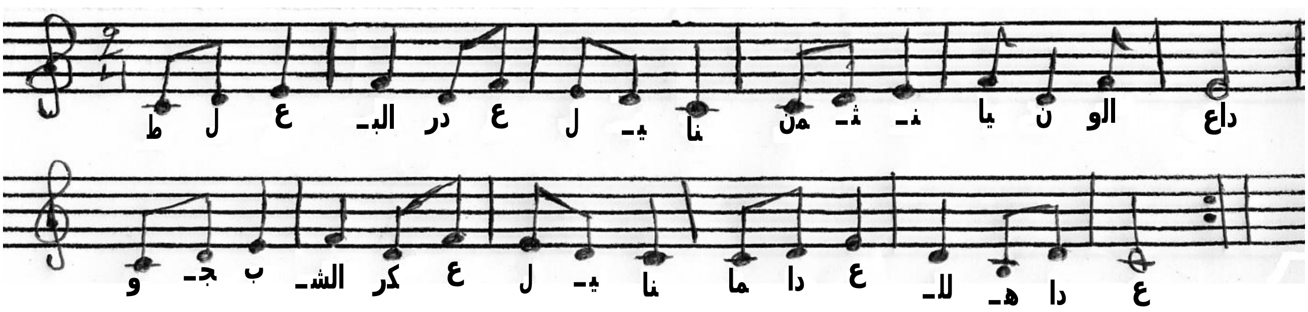
نشيد طلع البدر علينا

طلع البدر علينا   من ثنيات الوداع

وجب الشكر علينا   ما دعا   داع

أيها المبعوث فينا   جئت بالأمر المطاع

جئت نورت المدينة   مرحبا يا خير داع



التمثيل الموسيقي للنشيد الإسلامي "طلع البدر علينا"