المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (17) 2010
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات –الاحصاء والمعلوماتية
ص ص [293– 308]

التنبؤ والتمهيد للسلاسل الزمنية باستخدام التحويلات مع التطبيق

فاضل عباس الطائي*

الملخص

يهدف البحث الى دراسة السلاسل الزمنية وامكانية استخدام التحويلات وذلك لتحسين أساليب التنبؤ ، فقد تم في هذا البحث التنبؤ باستخدام التحويلات وكذلك استخدام صياغة التمهيد الاسي المنفرد مع التطبيق

Smoothing and prediction for time series using transformations with application

Abstract

This Research aims to study time series and the ability to use transformations, and the use of Exponential Smoothing for prediction formulation with application.

المقدمة:

ان موضوع السلاسل الزمنية من المواضيع الاساسية التي اخذت تستخدم في مختلف العلوم استخداما واسعا جدا حيث ان الاجراءات الاحصائية الرياضية في تحليل السلاسل الزمنية. ومعظم هذه التحاليل اصبحت تعطي دوال مهمة للتقدير فضلا عن نقاط اخرى مهمة جدا في اتخاذ القرارات في مواضيع كثيرة وانه يساعد على ملاءمة بعض النماذج الرياضية والاحصائية للمشكلة المراد دراستها ،

حيث يحدد بوضوح المعادلة ويستدل من تقدير معلماتها على التنبؤ نحو المستقبل واتخاذ القرارات الصحيحة,هذا اذا كانت السلسلة مستقرة وليس فيها مشاكل.

---

* استاذ مساعد/ قسم الاحصاء والمعلوماتية /كلية علوم الحاسبات والرياضيات

تاريخ التسلم :2009/7/1 ———————— تاريخ القبول : 6 /12 /2009

ان التحويلات الرياضية تقضي على هذه المشاكل مهما كانت صغيرة (استقرارية ضعيفة او غير مستقرة او .... الخ) وحتى أن لم تظهر في الرسم او الاختبارات.

ان استقرارية السلسلة ضرورية جدا في التحليل وذلك للحصول على نموذج رياضي ملائم للسلسلة، ان نماذج التنبؤ يمكن ان تصنف الى صنفين الاول النموذج الذي يمتلك معلمات ثابتة والثاني النموذج الذي يمتلك معلمات متغيرة ((الوسط والتباين)) حيث ان الصنف الاول يتضمن اكثر الطرق لانه النموذج الثابت المعلمات والتي تكون مستقرة في انحاء المدى الملاحظ للبيانات كافة حيث يصرف جهد كبير لجعل السلسلة مستقرة في متوسطتها وذلك باجراء فروقات (Difference) وتباينها وذلك باجراء(تحولات لوغارتمية او جذر تربيعي ...الخ) .

ان استخدام الاجراءات او التحويلات مهم جدا في بيانات السلاسل الزمنية وان استخدام التحويلات يجعل البيانات ممهدة للتحليل ودقيقة والذي تعطي دالة للتقدير .

في بحثنا هذه سوف نستخدم التحويلات لغرض الاستقرارية والحصول على دالة للتنبؤ ثم نقارنها مع دالة التمهيد

ان طرق نسبة التمهيد من الناحية الاخرى يمكن ان يتعامل مع التغيرات والحالة التي تكون من الصعب للطرائق الاخرى القيام بها ، لان تقدير المعلمات او النسب تقدر بطريقة يساعدهم على التعامل مع التغيرات في الاتجاه افضل من الاول،

هنالك طرق عديدة ومتنوعة وان استخدام هذه الطرائق مفيد جدا في تحليل السلاسل الزمنية لانها تقوم بتمهيد البيانات قبل تطبيق النماذج الاحصائية عليها و للتعامل بشكل حاسم مع التغيرات في المعلمات لذا نتجه في بحثنا هذه الى نقطة مهمة جدا في حالة استخدام التحويلات هل يستحسن النموذج وهل ان طرق التمهيد تعالج ذلك ونقارنه مع نموذج ARIMA وهل ان استخدام التحويلات يساعدنا في التوصل الى نموذج ملائم للبيانات .

الجانب النظري

اولا- السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية هي عبارة عن مجموعة من المشاهدات لظاهرة معينة خلال فترة زمنية وتعرف السلسة الزمنية رياضياً بأنها متتابعة من المتغيرات العشوائية معرفة ضمن فضاء الاحتمالية متعددة المتغيرات ومؤشرة بالدليل t والذي يعود إلى مجموعة دليلية T ويرمز للسلسلة الزمنية عادة $\{x(t), t \in T\}$ أو اختصاراً $x(t)$ وتتكون من متغيرين احدهما توضيحي وهو متغير الزمن والآخر متغير الاستجابة وهو قيمة الظاهرة المدروسة ويمكن

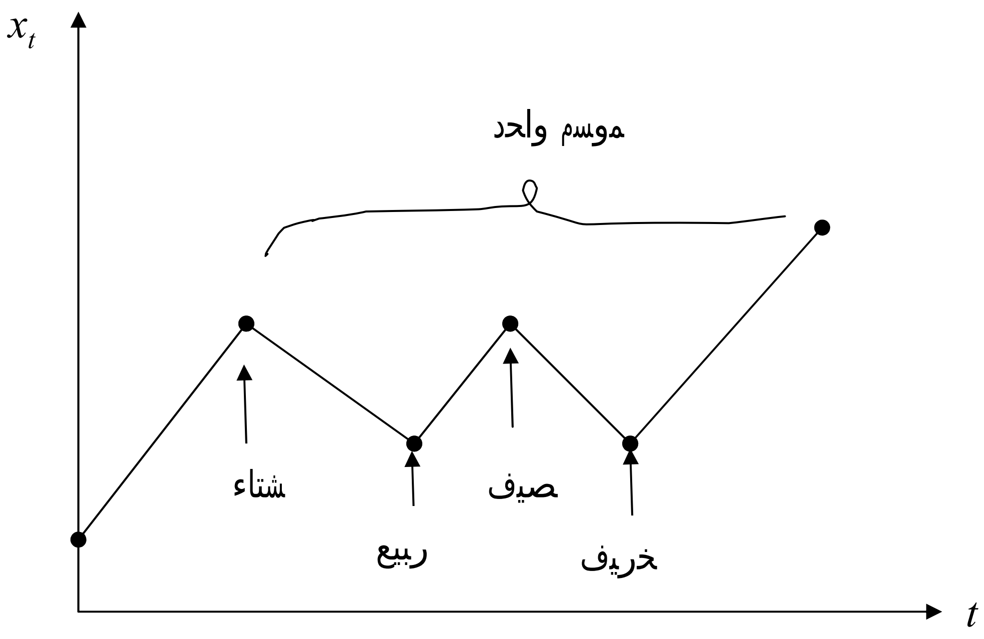
التعبير عنها رياضياً كالآتي: $y = f(t)$. أما إذا كانت هنـاك عوامـل أخـرى (متغيـرات توضيحية أخرى) إلى جانب الزمن تـؤثر فـي الظـاهرة y نـستخدم العلاقـة الرياضـية التاليـة: $y = f(t, x_1, x_2, ..., x_n)$ ويمكـن تمثيـل الـسلاسل الزمنيـة علـى شـكل بياني(العبيدي،1989)

(1) التغيرات التي تؤثر في تطور السلسة الزمنية:

ان معظم السلاسل الزمنية تتأثر بتغيرات عدة وذلك نتيجة عوامل كثيرة ومنها اقتصادية وطبيعية وموسمية.... الخ .إن بعض هذه التغيرات قد تؤثر في الاتجاه العام للسلسلة الزمنية في الأجل الطويل والقصيرة.

(1-1) تغييرات موسمية (S_t) Seasonal Variations :

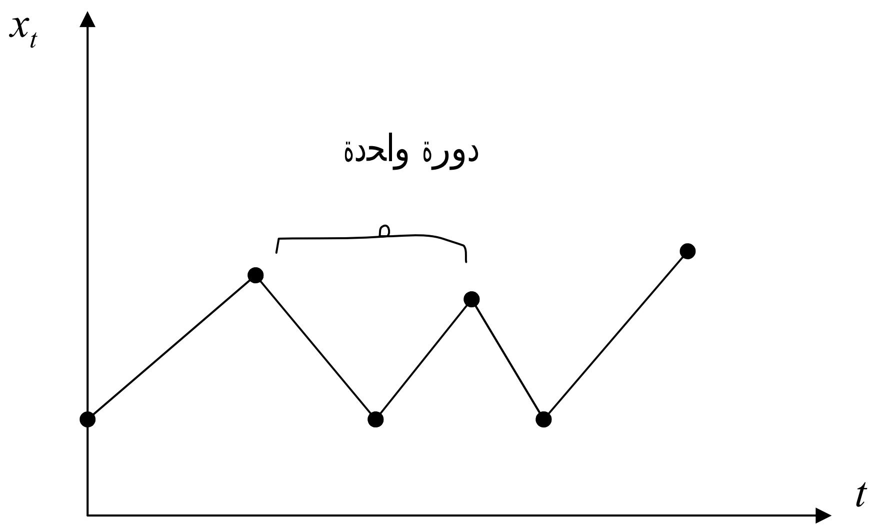
التغييرات الموسمية هي تغييرات في مواسم أو فصول السنة والتغييرات الموسمية عـادة تكرر نفسها. فالعوامل الطبيعية من أهم العوامل التي تسبب التغيرات الموسمية فـضلا عـن عوامل اخرى.كما إن الاختلاف في فصول السنة يعد احد الأسباب الرئيـسة فـي التغيـرات الموسمية، كما هو مبين في الشكل الاتي:



الشكل (1) :التغيرات الموسمية للسلسلة الزمنية

(2-1) التغييرات الدورية (C_t) Cycle Variations :

إن التغيرات الدورية تؤثر في تذبذب السلسلة الزمنية ،وان هذه التغيرات الدورية تكـون عادةً متكررة الحدوث ولكنها لاتحدث على فترات منتظمة وقد تستغرق من سنة الـى 10 أو أكثر ،والشكل الاتي يوضح ذلك:



الشكل (2):التغيرات الدورية للسلسلة الزمنية

(3-1) تغييرات عشوائية (e_t) Random Variations:

التغيرات العشوائية تكون نتيجة عوامل عشوائية خارج نطاق السيطرة وهـذه التغيـرات لايمكن التنبؤ بها وهي مهمة نسبياً بالرغم من صعوبة تفسيرها إلا انه يمكن إظهـار تأثيرهـا وهي تظهر كتذبذبات صغيرة منتظمة في بيانات السلسلة الزمنية.**(المشهداني، الدليمي،1985)**

(2) استقرارية السلسلة الزمنية Stationary Time Series

ان استقرارية وعدم استقرارية البيانات مهمة في تحليل السلاسل الزمنية،وكذلك في ايجاد النموذج الرياضي المناسب لها،وإن رسم السلسلة الزمنية في الفترة $[t, t+h]$ قد يكون فـي بعض الأحيان مطابقاً لرسم السلسلة في فترة أخرى $[s, s+h]$ وهذا يـدل علـى ان هنـاك تجانسا زمنيا في سلوك السلسلة والذي يسمى استقرارية Stationary (Viond,1999)

ويمكن أن نقول ان السلسلة الزمنية مستقرة اعتماداً على الرسم البياني للمشاهدات وكـ ذلك إذا كان لها وسط حسابي وتباين ثابت خالية من التأثيرات يقال أنها مستقرة عند تحقيق الـ شروط الآتية:

1) ثبوت الوسط الحسابي $E(X_t)=\mu$
2) ثبوت قيمة التباين $Var(X_t)=\sigma_X^2$
3) امتلاك السلسلتين Y_{t+k}, Y_t على ارتباط وتباين معتمد علـى الإزاحـة k فقـط $\gamma_k=E[(X_t-\mu)(X_{t+k}-\mu)]$ حيث يعتمد على القيمـة المطلقـة لـ ـ k فقـط $k=1,2,\dots,m$ ويمكن التحقق أيضا باستخدام دوال الارتباط الذاتي من خـلال استخدام مقياس مربع كاي.

$$\chi^2_{(m-1)} = n\sum_{k=1}^{m} P_k^2 \qquad (1)$$

حيث أن P_k يمثل الارتباط الذاتي لقيم y بازاحة قدرها k .

وان m :هي اكبر مدة ارتداد زمني وعادة تساوي $(n/2)$ حيث تقارن قيمـة مربـع كـاي المحسوبة مع الجدولية فإذا كانت القيمة معنوية فان ذلك يشير إلى أن البيانات غير مستقرة,أما إذا كانت غير معنوية فان ذلك يشير إلى أن البيانات مستقرة.

(3) السلاسل الزمنية غير المستقرة Non-Stationary Time Series

ان اغلب السلاسل الزمنية في الواقع العملي والتطبيقي تكون غير مستقرة وقد نفـشل فـي اثبات ذلك في الرسم البياني او الاختبارات الاحصائية، فعلى سبيل المثال نجد أن المتغيـرات الاقتصادية غالباً ما تعتبر سلاسل زمنية غير مستقرة كونها تسير بصفة عامـة فـي اتجـاه عام.لذلك لابد من تحويلها إلى سلاسل زمنية مستقرة يسهل نمذجتها.

(1-3) الاستقرارية التامة Strictly Stationary

يقال أن السلسلة $\{X_t\}$ استقرارية تامة إذا كان التوزيع الاحتمـالي المـشترك للمتغيـرات $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn}$ هـو نفـس التوزيـع الاحتمـالي المـشترك للمتغيـرات $X_{t1+k}, X_{t2+k}, \dots, X_{tn+k}$ ولجميع النقاط الزمنية المختـارة $t_1, t_2, \dots, t_n$ ولأي ثابـت (امين بك،2005) فتكون السلسلة الزمنية استقرارية تامة بتحقيق الشروط الثلاثة السابقة.

(2-3) الاستقرارية الضعيفة Weak Stationary

إن مفهوم الاستقرارية الـضعيفة يـسمح للتوزيـع الاحتمـالي المـشترك للمتغيـرات $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_n$ بالتغير لحد ما مع الزمن.ولكن يتطلـب أن يكـون الوسـط والتبـاين

ثابتين.كذلك يتطلب أن يكون التغاير $Cov(X_t, X_{t+k})$ دالة لفترات الإبطاء للفترة k فقط ولا يعتمد على الزمن t وكحالة خاصة يقال للسلسلة الزمنية $\{X_t\}$ بأنها مستقرة من الرتبة الأولى First-order Stationary إذا كانت $E(X_t) = \mu$ كمية ثابتة غير معتمدة على t. كما يقال للسلسلة الزمنية $\{X_t\}$ بأنها مستقرة من الرتبة الثانية Second order Stationary إذا حققت الشروط الآتية: (Priestley,1981)

1. $E(X_t) = \mu$ حيث μ كمية ثابتة لاتعتمد على t.
2. $Var(X_t) = \sigma_X^2$ حيث أن σ^2 كمية ثابتة لاتعتمد على الزمن t.
3. $Cov(X_{t1}, X_{t2}) = \gamma(t_2 - t_1)$ دالة بدلالة $|t_2 - t_1|$ فقط.

وغالباً ما يمكن تحويل السلسلة الزمنية الى سلسلة مستقرة بإحدى الطرائق التالية: (Hamilton,1994)

1. إجراء تعديل الفروق:

في عام 1976 قام كل من Box & Jenkins (Spyros.M.et.al,1983) بوصف النماذج وبشكل شامل وضعوا سوية أسلوباً أو نهج المعلومات المرتبطة في فهم عدم الاستقرارية ومعالجتها، فإذا كانت $\{X_t\}$ تمثل سلسلة زمنية غير مستقرة فان التحويل لجعل السلسلة مستقرة يكون بالشكل الآتي:

$$Y_t = \Delta^d X_t$$

حيث أن $(\Delta = 1 - B)$ وان B يسمى بمؤشر الفرق الخلفي،إذا $BX_t = X_{t-1}$ و $B^2 X_t = X_{t-2}$ إن عملية الارتداد أو التراجع الزمني تكون ملائمة عندما تصف العملية بالاختلاف،على سبيل المثال إذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة إذن بإمكاننا أن نعالج عدم الاستقرارية،حيث تصبح مستقرة بواسطة اخذ الاختلاف الأول First Difference كما هي في المعادلة التالية :

$$X_t' = X_t - X_{t-1}$$

باستخدام عملية الارتداد الزمني للمعادلة السابقة تكون الصيغة بالشكل الآتي :

$$X_t' = X_t - BX_t = (1 - B)X_t$$

نلاحظ أن الاختلاف الأول الذي مثل بواسطة $(1-B)$ وبالتشابه مع الاختلاف الثاني والذي يسمى Second Difference ويكون بالصيغة الاتية :

$$X_t'' = X_t' - X_{t-1}' = (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2})$$

$$\Rightarrow (1 - 2B + B^2)X_t = (1-B)^2 X_t$$

إن الغرض من اخذ الاختلاف الأول والثاني هو لتحقيق الاستقرارية للسلسلة الزمنية وبـشكل عام إذا أخذنا dth-order للاختلاف نكتب النموذج بهذه الحالة :

$dth-orderdifference = (1-B)^d X_t$ حيث أن d هي مقدار الفرق الذي يحسب للبيانـات يجعلهـا مـستقرة واغلـب الأحيـان تكـون قيمتهـا مـساوية إلـى $d = 1,2$ (Spyros M.Steren,1983)(Anderson ,1971) ويمكن إجراء أكثر من فرق ولكن عادة يعد الفرق الأول أو الثاني كافياً .

2. في حالة عدم ثبات التباين:

ان عدم تثبيت التباين يعتبر من المشاكل الرئيسية في عدم الحصول على نموذج دقيق وان اخذ التحويلات (اللوغاريتم أو اخذ الجذر التربيعي .... الخ) لبيانات السلـسلة الزمنية تعالج ذلك. (فاندل،1992).

وان التحويلات للسلاسل الزمنية ربما تقودنا لايجاد سلسلة زمنية مستقرة ، وبشكل عام نماذج ARIMA والتحويلات للسلسلة الزمنية تعطينا دوال مهمة للتقدير وهذه الحالة تشابه ملاءمـة النماذج في حالة اجراء التمهيد

وهنالك اربعة من التحويلات المتوفرة وبالتحديد لسلسلة موجبـة، وافـرض ان Yt>0 هـي السلسلة الاصلية وان Xt هي السلسلة المحولة وفيما ياتي التحويلات:-

1- التحويل اللوغارتمي Xt=Ln(Yt)

2- التحويل اللوجستي Xt=Ln(cYt/(1-cYt))

حيث ان $c = (1-e^{-6})10^{-ceil(\log 10(\max(Yt))}$

وان ceil(w) عدد صحيح وصغير اكبر من او يساوي ((w= (log10(max(yt)))

3- تحويل الجذر التربيعي $x_t = \sqrt{y_t}$

4- تحويل Box-Cox

$$x_t = \begin{cases} \dfrac{y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ Ln(y_t), & \lambda = 0 \end{cases}$$

(4)نماذج السلاسل الزمنية Time Series Models

تتضمن نماذج السلاسل الزمنية اللاموسمية المستقرة منها وغير المستقرة:
فيما ياتي أنواع نماذج السلاسل الزمنية اللاموسمية الشائعة .

1) نموذج الانحدار الذاتي Auto Regressive (AR)

من الأوائل الذين قاموا بدراسة نماذج السلاسل الزمنية المستقرة هوالعالم Yule في عام 1926 حيث قام بدراسة نموذج الانحدار الذاتي AR(P) وكمل طريقه إلى النموذج العام لنماذج الانحدار الذاتي Wlker عام (1931)(لصفاوي والطائي، 2003) فالصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة (P) واختصاراً AR(P) هي:

$$X_t = C + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \cdots + \varphi_P X_{t-P} + a_t \qquad \ldots (2)$$

حيث أن:
a_t :تمثل الخطأ العشوائي أو ما يسمى بالتشويش Noise يتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط صفر وتباين σ_a^2.
C :تمثل ثابت، وان $-1 < \varphi < 1$ $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_P$:تمثل معلمات نموذج الانحدار الذاتي والتغيرات المفسرة تمثل القيم السابقة لمتغير الاستجابة (Y_t) أي أن القيم المزحفة للمتغير (Y_t) ولذلك تسمى هذه الصيغة بالانحدار الذاتي حيث يصف AR العلاقة بين المشاهدات السابقة والحالية.
ودالة الارتباط الذاتي له تتناقص تدريجياً بشكل أسي متخذة شكلاً منحنياً تنازلياً في حين أن دالة الارتباط الذاتي الجزئي له تنقطع بعد الفترة P ،فمثلاً عندما P=1 أي في حالة AR(1) عندئذ تصبح المعادلة (2.9) بالشكل الاتي:

$$X_t = C + \varphi_1 X_{t-1} + a_t \qquad \ldots (3)$$

2) نموذج الأوساط المتحركة Moving Average Model(MA)

قام الباحث Stutzky (1937) بدراسة نماذج المتوسطات المتحركة MA(q) ووضع الصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة (q) واختصاراً MA(q) هي:

$$X_t = C - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} + a_t \qquad \ldots (4)$$

حيث أن

a_t: تمثل الخطأ العشوائي أو ما يسمى بالتشويش Noise يتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط صفر وتباين σ_a^2.

C: تمثل ثابت، وان $-1 < \theta < 1$

$\theta_1, \theta_2, ..., \theta_q$: تمثل معلمات المتوسطات المتحركة،أي أن قيمة المشاهدة في الفترة الحالية تعتمد على الأخطاء العشوائية للفترات السابقة والفترة الحالية ،أي اعتماد الأخطاء المتعاقبة لبناء النموذج وهو يصف البنية ذات الارتباط الذاتي لسلسلة الاضطراب ،والمعادلة (4) تمثل نموذج الأوساط المتحركة من الرتبة q ويتم تحديد رتبة النموذج من دالة الارتباط الذاتي له حيث تنقطع بعد فترة q في حين دالة الارتباط الذاتي الجزئي تتناقص تدريجياً بشكل منحني تنازلي،فمثلاً عندما (q=2) اي في حالة MA(2) تكون المعادلة (4) بالشكل الآتي:

$$X_t = C - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} + a_t \qquad ...(5)$$

3) النماذج المختلطة (الانحدار الذاتي - المتوسطات المتحركة)

Auto Regressive-Moving Average Models (ARMA)

اكمل الباحث Slutzky ايجاد النموذج بشكل مختلط الباحث وكمل طريق الباحث Wold عام 1938 حيث قام بتطوير هذين النموذجين بسلسلة من العمليات الى ثلاثة اتجاهات في اجراء التقدير وسماها بعمليات نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة Auto Regressive-Mixed Moving Average Models (ARMA) حيث يمثل هذا النموذج خليطاً من نموذج الانحدار الذاتي ونموذج المتوسطات المتحركة ويرمز له باختصار ARMA(p,q) ويستخدم في حالة كون البيانات مستقرة .

والصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة (p,q) هي:

$$X_t = C + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \cdots + \varphi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \qquad ...(6)$$

ودالتا الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي له يتناقصان تدريجياً، فمثلاً ARMA(1,1) تكون بالشكل الآتي

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} - \theta_1 a_{t-1} + C + a_t \qquad ...(7)$$

4) النماذج المختلطة المتكاملة:

Auto Regressive Integrated Moving Average Models(ARIMA)

قام كل من Box & Jenkins (1976) بوصف النماذج وبشكل شامل ووضعوا سوية أسلوب أو نهج المعلومات المرتبطة في فهم ومعالجة الاستقرارية في البيانات وتوصلوا إلى النموذج المسمى بنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتكاملة ففي حالة كون السلسلة غير مستقرة يمكن تحويلها إلى سلسلة مستقرة بأخذ الفروق من الدرجة d (d=1,2) وهذا النموذج يعوض عن دراسة سائر النماذج ويرمز له بالرمز ARIMA والنموذج من الرتبة (p,d,q) يكتب بالشكل ARIMA(p,d,q) ويكون بالصيغة الاتية:

$$\varphi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)a_t \qquad \dots (8)$$

حيث أن :

$$\varphi(B) = 1-\varphi_1 B-\varphi_2 B^2-\cdots-\varphi_P B^P$$
$$\theta(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\cdots-\theta_q B_q$$

ثانيا:التمهيد الاسي للسلاسل Exponential Smoothing Series

لقد صنف Pegels(1969) طرائق التمهيد الاسي احد الطرائق المهمة في تقدير السلاسل الزمنية التي تتضمن طرائق مختلفة كل طريقة تصنف كي تكون مناسبة للسلسلة.

وهي طرائق تنبؤ خاصة بالسلاسل اللاموسمية وبما أن هذه الطرائق عديدة سنختار طرائق التنبؤ الأكثر ملاءمة والتي تكون ملائمة للسلاسل اللاموسمية وان هذه الطرائق سميت بهذه التسمية وذلك لإعطاء المشاهدات السابقة أوزان ذات قيم غير متساوية مادامت هذه الأوزان تتناقص أسيا من نقاط البيانات الأكثر حداثة . وممكن ان نوضح ذلك من خلال معادلة التمهيد الاتية (James Tylor,2003)

$$\mathbf{F_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha)F_t} \qquad \mathbf{(9)}$$

<u>طريقة Single Exponentail Smoothing</u>

اقترح هذه الطريقة الباحث(C.C.Holt 1958) وكان في البداية يستخدم للسلسلة الزمنية غير الموسمية فقط ثم بعد ذلك اكد الباحث (Browns ,1963) على امكانية استخدامها

لاكثر انواع السلاسل الزمنية ثم كمل طريقه الباحث (Harrison 1965) وان اجراءات هذه الطريقة حسب الخطوات الاتية : (Spyros.M &els, 1983).

ا فرض ان X_{t-N} مشاهدات قديمة واحتمالية توافرها ضعيفة وغير متوفرة وهكذا فان بموقع X_{t-N} يجب ان يستخدم القيمة التقريبية ، وان المعادلة تكون بالشكل الاتي

$$F_{t+1} = F_t + (\frac{x_t}{N} - \frac{x_{t-N}}{N}) \qquad (10)$$

وان احد البدائل الممكنة للمشاهدات القديمة سوف تكون الخطوة القادمة للتنبؤ F_t وتكون المعادلة بالشكل الاتي

$$F_{t+1} = F_t + (\frac{x_t}{N} - \frac{F_t}{N}) \qquad (11)$$

لاحظ ان البيانات لهذه المعالدة تكون اكثر استقرارية لانها تستند على وزن وهي قيمة كسرية ويمكن ان نبسط المعادلة الى الشكل الاتي :

$$F_{t+1} = (\frac{1}{N}) x_t + (1 - \frac{1}{N}) F_t \qquad (12)$$

لاحظ ان البيانات يمكن ان تكون مستقرة لانها تعتمد على وزن هي قيمة تقريبية جيدة ، ومن المعادلة رقم (12) يمكن ان نقول ان التنبـؤ لـ ـ F_{t+1} يـستند علـى وزن 1/N لمعظـم المشاهدات الحديثة ووزن التنبؤات السابقة Ft تعتمد على (1-1/N) ، وان N هو عدد موجب و 1/N هي ايضاً قيمة موجبة بين الصفر(اذا كانت N تساوي مالانهايـة) ووالواحـد (اذا

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha) F_t \qquad (13)$$

كانت N=1) وبتعويض α بدلاً من 1/N تصبح المعادلة رقم (12) كالاتي:

حيث ان هذه المعادلة تمثل التمهيد الاسي البسيط

حيث تعرف F_{t+1} : بالتمهيد الاحصائي (Smoothed Statistic)،أما F_t فهي تمثل قيمة التنبؤ للفتـرة الـسابقة (t) لهـذا النمـوذج ويـدعى (α) بثابـت التمهيـد (Smoothing Constant)،و (X_t) تمثل السلسلة الأصلية.

$(1-\alpha)^r$: هي عبارة عن أوزان مشاهدات السلسلة الزمنية حيث نلاحظ أن أوزان هذه المشاهدات تتناقص تدريجياً كلما تباعد زمن حدوث تلك المشاهدات فلو افترضنا قيمة معينة لـ $(0.01 < \alpha < 0.3)$ لاكتشفنا بأن تناقص هذه الأوزان يكون أسيا ولذلك سميت طريقة التنبؤ بطريقة التمهيد الاسي.

الجانب التطبيقي

تم في هذا الجانب تطبيق الجانب النظري على البيانات لغرض التنبؤ بالقيم المستقبلية وقد تم الحصول على البيانات المستخدمة من الهيئة العامة للأنواء الجوية والرصد الزلزالي. وقد اخذنا البيانات لسلسلة معدلات الامطار (X) وذلك لما لها اهمية في حياتنا وخاصة الانسان والنبات وكانت البيانات للفترة من سنة (1971) ولغاية سنة (2002) وان اولى خطوات تحليل بيانات السلسلة الزمنية هو رسم المشاهدات على المحور العمودي وعنصر الزمن على المحور الافقي وان الرسم سوف يبين الخصائص المهمة للسلسلة الزمنية

توفيق افضل نموذج لنماذج ARIMA(P,D,Q) :

ولتوفيق افضل نموذج من نماذج السلاسل الزمنية للامطار تم استخدام معيارين:

أ-معيار اكاكي aiki Information Criteri(AIC) :

فان العالم [(Akaike (1973,1974)] اقترح معياره المستخدم والمسمى (AIC) الذي يعني (Akaike Information Criteria) والمعرف كالاتي:

$$AIC(k) = n \ln \sigma_\varepsilon^2 + 2k \qquad \ldots$$

حيث ان (k): تمثل عدد المعالم في النموذج، و σ_ε^2 مقدار التباين و n عدد المشاهدات، فلمعرفة أفضل نموذج نختار اقل قيمة للمعيار AIC(k) ، وقد اعتمدت هذا المعيار لكونه اكثر واوسع المعايير استخداماً وملاءمة للبيانات.

ب- معيار متوسط مربعات الخطأ(MSE):

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \hat{X}_t\right)^2}{n-(k+1)} \qquad .$$

حيث ان : n : تمثل عدد المشاهدات. و k: تمثل عدد المعلمات. و Y_t: تمثل قيم المشاهدة و $\hat{Y}_t$: تمثل القيم بعد إجراء التمهيد للبيانات. وكلما كانت قيمة (MSE) صغيرة كان النموذج المستخدم يمثل البيانات احسن تمثيل.

توفيق افضل نموذج لسلسلة معدلات الامطار :

باستخدام نماذج ARIMA(P,D,Q) تم توفيق افضل نموذج حيث تم اختيـار افـضل نموذج بالاعتماد على قيمتي المعيارين AIC(K) وMSE ويتبين من النتائج الموجـودة فـي الجدول (1) ان النموذج ARIMA(5,0,2) هو افضل نموذج لامتلاكه اقل قيمة للمعيـارين AIC(K) وMSE ويمكن كتابة النموذج بعـد تقـدير معلماتـه (بالاعتمـاد علـى نظـام Minitab13)

الجدول (1): يبين معيار AIC(K) وMSE لنماذج ARIMA(P,D,Q)
لمعدلات الامطار

MODEL	MSE	AIC(k)	MODEL	MSE	AIC(k)	MODEL	MSE	AIC(k)
ARIMA(0,0,1)	12784	127.307	ARIMA(1,0,4)	13354	127.894	ARIMA(4,0,1)	12073	126.536
ARIMA(0,0,2)	13063	127.597	ARIMA(1,0,5)	13832	128.367	ARIMA(4,0,3)	11016	125.303
ARIMA(0,0,3)	13038	127.572	ARIMA(2,0,1)	12324	126.813	ARIMA(4,0,4)	11547	125.937
ARIMA(0,0,4)	11617	126.018	ARIMA(2,0,2)	11861	126.298	ARIMA(4,0,5)	10975	125.253
ARIMA(0,0,5)	11995	126.449	ARIMA(2,0,3)	10992	125.273	ARIMA(5,0,1)	12925	127.454
ARIMA(1,0,0)	12729	127.249	ARIMA(2,0,4)	11625	126.027	ARIMA(5,0,2)	10674	124.878
ARIMA(2,0,0)	13167	127.704	ARIMA(2,0,5)	12010	126.466	ARIMA(5,0,3)	11964	126.414
ARIMA(3,0,0)	13289	127.828	ARIMA(3,0,1)	11596	125.994	ARIMA(5,0,4)	13069	127.604
ARIMA(4,0,0)	13365	127.905	ARIMA(3,0,2)	13777	128.314	)		
ARIMA(5,0,0)	13649	128.188	ARIMA(3,0,3)	11764	126.187			
ARIMA(1,0,1)	13172	127.709	ARIMA(3,0,4)	12093	126.559			
ARIMA(1,0,2)	13131	127.667	ARIMA(3,0,5)	10901	125.161			
ARIMA(1,0,3)	12813	127.337						

(3-4)التنبؤ باستخدام التحويلات:

تم تطبيق نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة على بيانات معدلات الامطار بعد اجراء التحويلات لها بطريقة الجذر التربيعي وتم توفيق افضل نموذج بالاعتماد على قيمـة المعياريين AIC(K) وMSE ويتبين من النتائج الموجودة فـي الجـدول (2) ان النمـوذج ARIMA(1,0,0) هو افضل نموذج لامتلاكه اقل قيمة للمعيارين AIC(K) وMSE ويمكن كتابة النموذج بعد تقدير معلماته (بالاعتماد على نظام Minitab 13) .

الجدول (2): يبين معيار AIC(K) وMSE لنماذج ARIMA(P,D,Q) لمعدلات الامطار

MODEL	MSE	AIC(k)	MODEL	MSE	AIC(k)	MODEL	MSE	AIC(k)
ARIMA(0,0,1)	8.512	33.760	ARIMA(1,0,4)	8.804	42.2298	ARIMA(4,0,1)	8.139	41.1383
ARIMA(0,0,2)	8.645	35.970	ARIMA(1,0,5)	9.084	44.6649	ARIMA(4,0,2)	7.432	41.8700
ARIMA(0,0,3)	8.6	37.900	ARIMA(2,0,1)	8.177	37.2030	ARIMA(4,0,3)	7.657	44.2880
ARIMA(0,0,4)	7.416	37.840	ARIMA(2,0,2)	7.14	37.3100	ARIMA(4,0,4)	7.765	46.4800
ARIMA(0,0,5)	7.6	40.180	ARIMA(2,0,3)	8.773	42.1800	ARIMA(4,0,5)	8.664	50.0070
ARIMA(1,0,0)	8.456	33.660	ARIMA(2,0,4)	8.093	43.0590	ARIMA(5,0,1)	9.61	45.4470
ARIMA(2,0,0)	8.745	36.130	ARIMA(2,0,5)	7.954	44.8180	ARIMA(5,0,2)	7.65	44.2770
ARIMA(3,0,0)	8.815	38.271	ARIMA(3,0,1)	7.792	38.5328	ARIMA(5,0,3)	7.432	45.8700
ARIMA(4,0,0)	8.877	40.344	ARIMA(3,0,2)	9.708	43.5880	ARIMA(5,0,4)	9.917	51.8800
ARIMA(5,0,0)	9.081	42.660	ARIMA(3,0,3)	7.734	42.4289			
ARIMA(1,0,1)	8.747	36.300	ARIMA(3,0,4)	7.947	44.8065			
ARIMA(1,0,2)	8.771	38.177	ARIMA(3,0,5)	7.631	46.2426			
ARIMA(1,0,3)	8.441	39.644	ARIMA(4,0,1)	8.139	41.1383			

(4-3)التنبؤ باستخدام طرائق التمهيد الاسي:

تم تطبيق نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة على بيانات معدلات الامطار بعد اجراء التمهيد لها بطريقة التمهيد الاسي البسيط وتم توفيق افضل نموذج بالاعتماد على قيمـة المعياريين AIC(K) وMSE ويتبين من النتائج الموجودة فـي الجـدول (3) ان النمـوذج ARIMA(1,0,0) هو افضل نموذج لامتلاكه اقل قيمة للمعيارين AIC(K) وMSE ويمكن كتابة النموذج بعد تقدير معلماته (بالاعتماد على نظام Minitab 13) .

الجدول (3): يبين معيار AIC(K) وMSE لنماذج ARIMA(P,D,Q) لمعدلات الامطار

MODEL	MSE	AIC(k)	MODEL	MSE	AIC(k)	MODEL	MSE	AIC(k)
ARIMA(0,0,1)	106.45	66.840	ARIMA(1,0,4)	39.63	61.530	ARIMA(4,0,1)	33.441	59.25
ARIMA(0,0,2)	56.05	60.200	ARIMA(1,0,5)	36.399	62.390	ARIMA(4,0,2)	36.457	62.41
ARIMA(0,0,3)	42.25	58.400	ARIMA(2,0,1)	34.784	55.780	ARIMA(4,0,3)	32.682	62.90
ARIMA(0,0,4)	42.55	60.490	ARIMA(2,0,2)	33.247	57.170	ARIMA(4,0,4)	30.15	63.80
ARIMA(0,0,5)	44.04	62.960	ARIMA(2,0,3)	38.71	61.000	ARIMA(4,0,5)	32.925	67.04
ARIMA(1,0,0)	38.45	53.130	ARIMA(2,0,4)	37.214	62.000	ARIMA(5,0,1)	34.821	61.79
ARIMA(2,0,0)	37.1	54.650	ARIMA(2,0,5)	35.271	63.970	ARIMA(5,0,2)	29.388	61.51
ARIMA(3,0,0)	38.09	57.005	ARIMA(3,0,1)	34.952	57.840	ARIMA(5,0,3)	34.759	65.77
ARIMA(4,0,0)	39.04	59.330	ARIMA(3,0,2)	-------	*	ARIMA(5,0,4)	45.111	71.28
ARIMA(5,0,0)	35.181	59.930	ARIMA(3,0,3)	28.965	59.310			
ARIMA(1,0,1)	37.74	54.880	ARIMA(3,0,4)	35.547	64.070			
ARIMA(1,0,2)	---------		ARIMA(3,0,5)	30.625	64.068			
ARIMA(1,0,3)	---------							

النتائج والتوصيات

1- ان سلسلة معدلات الامطار كانت مستقرة
2- كان النموذج الملائم لسلسلة معدلات الامطار هو نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ARIMA(5,0,2) لامتلاكه اقل قيمة للمعيارين AIC(K) وMSE.
3- بعد اجراء التحويل بطريقة الجذر التربيعي كان النموذج الملائم للدراسة هو نموذج ARIMA(1,0,0) لامتلاكه اقل قيمة للمعيارين AIC(K) وMSE.
4- بعد اجراء التمهيد الاسي البسيط للبيانات كان النموذج الملائم للدراسة هو نموذج ARIMA(1,0,0) لامتلاكه اقل قيمة للمعيارين AIC(K) وMSE.
5- بمقارنة النتائج المستحصلة نجد ان النموذج بعد اجراء التحويل و التمهيد هو نفس النموذج وهو افضل بكثير قبل اجراء التحويل او التمهيد.
6- نوصي باستخدام طرائق التحويل لغرض التوصل الى افضل نموذج للتنبؤ.
7- نوصي باستخدام طرائق التمهيد الاسي لغرض التوصل الى افضل نموذج للتنبؤ.

المصادر

1-الكوراني،جيهان فخري(2007) "التنبؤ لنماذج ARIMA الموسمية باستخدام طرائق التمهيد الاسي مع التطبيق"رسالة ماجستير (غير منشورة)،كلية علوم الحاسبات والرياضيات،جامعة الموصل، العراق.
2-العبيدي، عبدالغفور جاسم سالم(1989) "تحليل ونمذجة السلسلة الزمنية لدرجات الحرارة في مدينة الموصل.
3-المشهداني، محمود حسن، والدليمي، محمد مناجد عيفان(1985) "طرائق الاحصاء الارقام القياسية والسلاسل الزمنية " جامعة بغداد، كلية الاداره والاقتصاد
4-امين بك، عزة حازم زكي(2005) "استخدام الشبكات العصبية في التكهن للسلاسل الزمنية" رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.
5-فاندال، والتر(1992) 'السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس جنكز' تعريب عبدالمرضي حامد عزام، دار المريخ للنشر،الرياض،المملكة العربية السعودية.
6-الصفاوي،صفاء يونس والطائي،فاضل عباس(2003)،'طرائق معالجة عدم الاستقرارية لبعض بيانات السلاسل الزمنية مع التطبيق، مجلة تنمية الرافدين،العدد73.

7-Chatfiled, C.(1975).." The Analysis of time Series Theory and practice" Chaman and Hdi, London,

8-Douglas, N,"Bayesian Confidence Intervals for Smoothing splines " JASA-DECEMBER ,1988,v83 N. 404.

9-James, W.Taylor (2003)" Exponential Smoothing with a damped Multiplicative Trend " International Journal of Forcasting" Vol.19 ,pp 715-725.

10-James, W.Taylor (2004)" Volatility Forcasting with Smooth Transition Exponential Smoothing " International Journal of " Vol.20 ,pp 273-286..

11-Spyros, M, Steven .C.W&Victor E.M(1983);"Forecasting Methods and Application"second Edition,John wiley&Sons.

12-Stanly, L.Sclove (2002)" Exponential Smoothing and Box-Jenkis ARIMA Models" ILLinois Chicago

13-Priestley, M. B., (1981) "**SPECTRAL Analysis and Time Series**", Vol. 1, Department of Mathematics, University of Manchester, Academic Press Inc. London, UK.

14-Voind, H.D.(1999)"Time Series analysis" Economic Fordham University, Bronex, New York, USA