

بناء نموذج دالة التحويل باستخدام البيانات المضببة - دراسة مقارنة -

إسراء عبد الجواد صالح*
israa81@gmail.com

الملخص

يتضمن هذا البحث استخدام بعض التقنيات الإحصائية لدراسة السلسلة الزمنية للسعر العالمي للحنطة كسلسلة مخرجات ، والإنتاج العالمي للحنطة كسلسلة مدخلات ، وذلك باستخدام نماذج دالة التحويل على بيانات مستقرة مرة ، على بيانات مضببة ومستقرة مرة أخرى ثم المقارنة بين هاتين الحالتين للحصول على أفضل نموذج دالة تحويل للبيانات من خلال بعض معايير التنبؤ ، وكان النموذج الملائم لهذه البيانات هو نموذج دالة تحويل لبيانات مضببة ومستقرة لامتلاكه أقل قيم للمعايير .

الكلمات المفتاحية: دالة التحويل ، بوكس-جنكز ، المنطق المضبب

Construction of the Transfer Model by Using Fuzzy Data: A Comparative Study

Abstract

This research consists of using some statistical techniques to study time series for universal prices of wheat as output series and universal product of wheat as input series. By using transfer function on stationary data first , and secondly on stationary fuzzy data , then compare between these two cases to obtain the best transfer function model for data through forecasting criteria to comparing between these two cases .The most suitable model for this data was the transfer function model for stationary fuzzy data because it has minimum value for forecasting criteria .

*مدرس مساعد / قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / جامعة الموصل

1-المقدمة

تعد طرائق تحليل السلاسل الزمنية من أكثر الطرائق الإحصائية استخداماً في مجالات عديدة منها الاقتصادية ومنها مجالات أخرى، وتُعدُّ نماذج الانحدار الحركي ومكونه دالة التحويل حالة خاصة من نماذج السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات (Multiple Time Series) (المعماري، 2004)، إذ إن من أبسط الصور التي يمكن من خلالها التعبير عن نماذج دالة التحويل هي العلاقة بين سلسلتين من السلاسل الزمنية، ويمكن بناء نموذج دالة التحويل لمدخل منفرد (Single-Input) عند ارتباط المخرجات بسلسلة مدخلات منفردة، وكذلك يمكن أن ترتبط سلسلة المخرجات بأكثر من سلسلة للمدخلات عندها يتم بناء نموذج دالة التحويل بمدخلات متعددة (Multi-Input).

2- نماذج دالة التحويل (Transfer Function Models) :

يعرف النظام (System) بأنه تفاعل مجموعة من الأشياء التي تنتج إشارات ملحوظة تكون ذات فائدة تسمى بالمخرجات (Outputs)، ويرمز لها بـ Y_t ، فضلاً عن تأثر النظام بمؤثرات خارجية مسيطر عليها تسمى بالمدخلات (Inputs) ويرمز لها بـ X_t ومنها إشارات خارجية غير مسيطر عليها تعرف بالإزعاجات أو الاضطرابات (Disturbances) ويرمز لها بـ N_t والعلاقة بين المدخلات والمخرجات تتحدد من خلال دالة التحويل (Transfer Function) التي تعكس شكل التغير الذي يطرأ على المدخلات لتتحول إلى المخرجات (حياوي، 2006)، إذ يجب أن تكون المدخلات والمخرجات سلسلة من السلاسل الزمنية، وإن الصيغة الرياضية لنموذج دالة التحويل هي:

$$Y_t = v(B)X_t + N_t \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\phi(B)N_t = \theta(B)a_t \Rightarrow N_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}a_t$$

إذ إنَّ: Y_t سلسلة المخرجات، X_t سلسلة المخرجات، $v(B)$ دالة الاستجابة النبضية، N_t حد الازعاج.

3- دالة الاستجابة النبضية (Impulse Response Function) :

تعد دالة الاستجابة النبضية (Impulse Response Function) مؤشراً للعلاقة بين المدخلات والمخرجات، وتسمى الأوزان $(v_0, v_1, v_2, v_3, \dots)$ بأوزان نبضات الاستجابة (Impulse Response Weights)، تمثل هذه الأوزان الأثر الذي يحدث في سلسلة المخرجات نتيجة لتغير

سلسلة المدخلات بوحدة واحدة، ويمكن تقريب دالة التحويل كنسبة بين متعددي حدود (Polynomial) $\omega(B)$ و $\delta(B)$ ، والموضحة بالصيغة الآتية :

$$v(B) = \frac{\omega_s(B)B^b}{\delta_r(B)}$$

إذ أن :

$$\omega_s(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s$$

$$\delta_r(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$$

وإن: $\omega(B)$: تمثل التأثير الابتدائي (Initial Effect)، $\delta(B)$: تمثل عامل التضاؤل (Damping Factor) للتأثير الابتدائي، s : رتبة متعدد الحدود $\omega(B)$ ، r : رتبة متعدد الحدود $\delta(B)$ ، b : رتبة زمن التأخير (الزمن الميت) . (فاندل، 1992) (Box and Jenkins, 1976)

4- زمن التأخير (Delay Time) :

قد لا تتأثر Y_t مباشرة بالتغير في X_t يشار عادةً إلى زمن التأخير بالرمز b ، إذ إن b عدد صحيح موجب، يظهر زمن التأخير بشكل واضح عند رسم الارتباط المتقاطع بين سلسلة المدخلات وسلسلة المخرجات، إذ إن أول قيمة معنوية تقع خارج مدة الثقة تمثل زمن التأخير (الطوي، 2011)، يعني أن b هي معلمة التأخير الزمني المتمثلة بوقت الإزاحة الفعلية المنقضي قبل أن تبدأ (X_t) بالتأثير في (Y_t) . (العمرى، 2006)

5- أسلوب بوكس-جنكنز في تحليل نماذج دالة التحويل

: (Box-Jenkins Methodology In Transfer Function Models Analysis)

هناك ثلاث مراحل لبناء نموذج دالة التحويل، من خلال الخوارزمية التي وضعها Box-Jenkins في بناء السلسلة الزمنية، وبالاعتماد على معلومات سلسلة المدخلات والمخرجات Y_t, X_t على التوالي، إذ يمكن تلخيص هذه المراحل بما يأتي:

: (Identification Transfer Function Model)

من أولى خطوات بناء نموذج Box-Jenkins هي تحديد استقرارية السلسلة من عدمه، وفي حالة الاستقرارية هل هناك تغيرات موسمية أم لا، بعد التأكد من استقرارية السلسلة تبدأ مرحلة تشخيص النموذج والمتمثلة بالخطوات الآتية :

1- تقدير أوزان دالة التحويل (Estimation of transfer function weights):

يتم تقدير أوزان دالة التحويل بطريقتين :

أ- تقدير أوزان دالة التحويل اعتماداً على دالة الارتباط المتقاطع (Estimation of transfer function weights depending on the cross-correlation function)

قدم بوكس وجنكنز طريقة لتقدير أوزان دالة التحويل ، تعتمد على دالة الارتباطات المتقاطعة (Cross Correlations Function)، بافتراض أن سلسلة المدخلات تتبع نموذج ARMA فيمكن التعبير عنها بما يأتي : (الطوي، 2011) (Wei, 1990) (Liu , 2006)

$$\phi(B) X_t = \theta(B) \alpha_t \Rightarrow \alpha_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} X_t \quad \dots\dots\dots(2)$$

وبإجراء التبويض المسبق لسلسلة المخرجات بما يأتي :

$$\phi(B) Y_t = \theta(B) \beta_t \Rightarrow \beta_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} Y_t \quad \dots\dots\dots(3)$$

إذ تم الحصول على سلسلتين البواقي α_t و β_t .

ويتم حساب الارتباط المتقاطع للسلسلتين المبيضتين :

$$\rho_{\alpha\beta}(k) = \frac{Cov(\alpha, \beta)}{\sigma_{\alpha}\sigma_{\beta}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

إذ إن : $\sigma_{\beta}, \sigma_{\alpha}$: الانحراف المعياري لكل من α_t و β_t على التوالي .

ب- تقدير أوزان دالة التحويل اعتماداً على طريقة دالة التحويل الخطية (Linear Transfer Function Method) اقترح طريقة دالة التحويل الخطية LTF لتقدير أوزان دالة التحويل عام (1982) Liu و Hanssens ، وحظيت باهتمام خاص عام (1991) من Pankratz وعام (1992) من Liu و Hudak، ويتم تقدير أوزان دالة التحويل بالصورة الآتية:

$$Y_t = C + (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots + v_k B^k) X_t + N_t \quad \dots\dots\dots(5)$$

إذ إن k يمثل حجم العينة الكافي، أي يمثل العدد الذي يحدد من أوزان دالة التحويل، N_t : هي الإزعاجات أو الاضطرابات. (الحنون، 2007)

2- تحديد نموذج ARMA لحد الإزعاج N_t (Determination Of the ARMA Model for the Disturbance Term) إن الخطوة الأولى قبل التعرف على نموذج حد الإزعاج N_t هي حساب القيم التقديرية لسلسلة الإزعاج N_t ، وذلك من خلال المعادلة (1): (الحنون، 2007)

$$Y_t = V(B)X_t + N_t \Rightarrow N_t = Y_t - V(B)X_t$$

3- التحقق من دقة تشخيص النموذج (Diagnostic checking of the Model)

بعد تشخيص نموذج دالة التحويل بالصيغة النسبية وتقدير معالمته، وتحديد نموذج ARMA المناسب لسلسلة الإزعاج، يتم التحقق من دقة اختيار النموذج في تمثيله للبيانات قبل استخدامها في التنبؤ (Makridakis et al., 1998)، لذلك سوف يتم فحص نموذج دالة التحويل لكي نتأكد أولاً من صحة النموذج المختار ومدى ملائمته للبيانات ونتأكد ثانياً من تحقيق فرضيات النموذج وهذه الفرضيات هي:

أ- سلسلة البواقي a_t تتبع عملية التشويش الأبيض (White Noise).

ب- سلسلة البواقي a_t مستقلة عن سلسلة المدخلات X_t .

يتم اختبار الفرضية (أ) عن طريق اختبار دالة الارتباط الذاتي (ACF) لسلسلة البواقي a_t فإذا ظهر أن a_t فعلاً هي عملية تشويش أبيض ، أي إن جميع الارتباطات الذاتية بالنسبة لسلسلة البواقي ظهرت غير معنوية . أما الفرضية (ب) فيتم اختبارها عن طريق استخدام دالة الارتباط المتقاطع (CCF) بين سلسلة البواقي وسلسلة المدخلات التي أُجري لها إعادة تبويض α_t فإذا ظهرت الارتباطات المتقاطعة غير معنوية ، فهذا يدل على أن السلسلتين a_t و X_t مستقلتان [Liu, 2006].

6- التنبؤ بنماذج دالة التحويل :

بعد ملائمة نموذج دالة التحويل للبيانات ، يمكن استخدامه للتنبؤ بسلسلة المخرجات Y_t من خلال استخدام التاريخ السابق لسلسلة المخرجات Y_t وسلسلة المدخلات المقترنة X_t ، وتمثل بالشكل الآتي

$$Y_{t+l} = \delta_1 Y_{t+l-1} + \dots + \delta_r Y_{t+l-r} + \omega_0 X_{t+l} + \omega_1 X_{t+l-1} + \dots + \omega_s X_{t+l-s} + a_{t+l} - \theta_1 a_{t+l-1} - \dots - \theta_q a_{t+l-q} \quad \dots\dots\dots(6)$$

7- المنطق المضبب Fuzzy Logic:

هو نظريات وتقنيات تستخدم المجموعات المضببة (Fuzzy Set)، التي هي مجموعات بلا حدود قاطعة بوصفها بديلاً ملائماً للمجموعة الكلاسيكية التي لم تعد تفي بمتطلبات الفهم الرياضي والمنطقي الجديد في الفكر العلمي المعاصر. لقد نشأ هذا المفهوم عام (1965) على يد العالم الأذربيجاني الأصل لطف زادة (Lotfi Zadeh) من جامعة كاليفورنيا [Sivanandam, et al.; 2007]، الذي طوّره ليستخدمه بطريقة أفضل لمعالجة البيانات، وذلك عن طريق تطبيق طريقة تفكير أكثر شبيهاً بالإنسان في برمجة البيانات. (قاسم، 2010)

7-1 المجموعة المضببة Fuzzy Set:

تعد المجموعات المضببة Fuzzy Sets تعميماً للمجموعات الهشة، وذلك بإعطاء درجة للعضوية لكل عنصر في المجموعة، وبهذا يمكننا تعريف المجموعة المضببة بأنها مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة X ، ويمكن للعناصر فيها أن تكون منتمة انتماً جزئياً، وإن درجة انتمائها يطلق عليها بدرجة العضوية membership degree، التي تكون أعداداً حقيقية تقع ضمن المدة المغلقة $[0,1]$ ، ويعبر عن درجة العضوية هذه بالرمز $\mu_A(x)$ ، وتسمى بدالة العضوية membership function وتمثل درجة عضوية العنصر x إلى المجموعة المضببة A ، والتي من الممكن أن تأخذ أية قيمة في المدة $[0,1]$ وتمثل عادة بالشكل العام الآتي:

(هندوش، 2006)

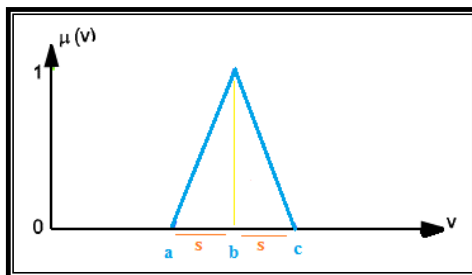
$$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$$

فتكون دالة العضوية للمجموعات المضببة عبارة عن تعميم للدالة المميزة للمجموعات الهشة، ويتم من خلالها تحديد نسبة الانتماء إلى خصائص المجموعة، والشرط الأساس لهذه الدالة أن يقع مداها بين الصفر والواحد، كما أن لها أشكالاً متعددة منها (Klir, et al.; 1997) (قاسم، 2010):

1- الدالة المثلثية (Triangular Function): وصيغتها:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & ; & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & ; & a \leq x \leq b \\ \frac{b-x}{c-b} & ; & b \leq x \leq c \\ 0 & ; & c \leq x \end{cases} \dots \dots \dots (7)$$

إنَّ a و b و c هي معلمات للدالة، و a و c تمثلان قوائم الدالة المثلثية، وقيمة b تمثل رأس المثلث (القمة). والشكل الآتي يوضح رسم الدالة المثلثية :

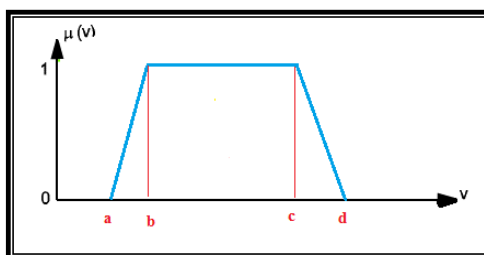


الشكل (1): يوضح رسم الدالة المثلثية

2- دالة شبه المنحرف (Trapezoidal Function): وصيغتها

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & ; & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & ; & a \leq x \leq b \\ 1 & ; & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & ; & c \leq x \leq d \\ 0 & ; & d \leq x \end{cases} \dots \dots \dots (8)$$

إذ أن a و b و c و d هي معلمات للدالة، وأن a و d تمثلان الرؤوس السفلى للشكل، في حين b و c تمثلان الرؤوس العليا. والشكل الآتي يوضح رسم دالة شبه المنحرف :

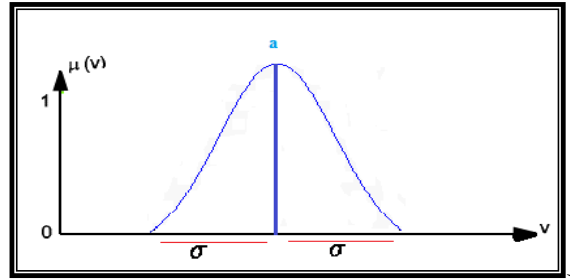


الشكل (2): يوضح رسم دالة شبه المنحرف

3- دالة كاوس (Gaussian Function): وصيغتها هي :

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}} \dots \dots \dots (9)$$

إن المعلمات c و σ تمثلان على التوالي الرأس العلوي للشكل وبعد الأطراف عن مركز الشكل والشكل الآتي يوضح رسم دالة شبه المنحرف :



الشكل (3): يوضح رسم دالة كاوس

معايير اختبار دقة النتائج: (Wei,1990)

1- معيار معلومات بيز Bayesian Information Criteria (BIC): والصيغة

العامة لهذا المعيار هي ما يأتي :

$$BIC = n \log (\sigma^2) + k \log_e(n) \quad \dots \dots \dots (10)$$

K : عدد المعلمات ، n : حجم العينة ، σ^2 : تباين الخطأ .

2- معيار متوسط مربعات الخطأ MSE (Mean Square Error): والصيغة العامة لهذا

المعيار هي ما يأتي :

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n} \quad \dots \dots \dots (11)$$

Y_t : القيم الاصلية للبيانات ، $\hat{Y}_t$: القيم التقديرية للبيانات ، n : حجم العينة .

الجانب التطبيقي

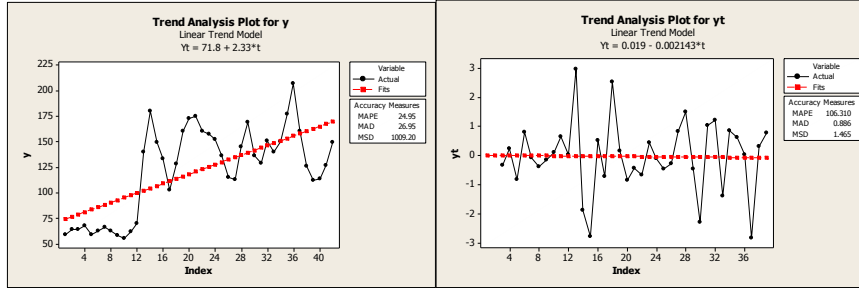
اولاً: ايجاد نموذج دالة التحويل في حالة أخذ البيانات الاصلية للسلسلة :

أ-تهيئة البيانات:

لتطبيق الجانب العملي تم استخدام سلسلة ادخال متمثلة بالانتاج العالمي للحنطة ، وسلسلة

اخراج متمثلة بالسعر العالمي للحنطة (الحنون، 2007)، وإن النقطة الأساسية الأولى هي معرفة

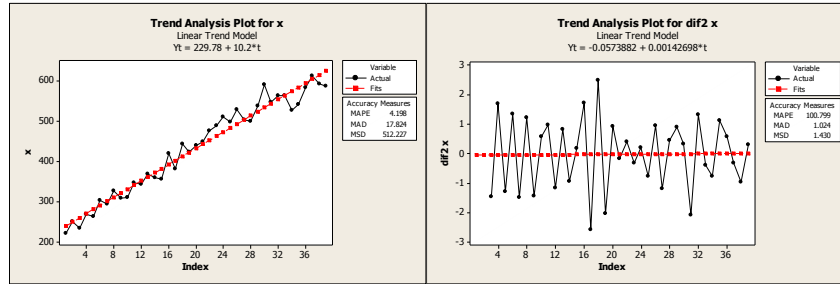
ما إذا كانت البيانات مستقرة أم لا لسلسلة الادخال وسلسلة الاخراج ، من خلال رسم السعر العالمي للحنطة نلاحظ عدم استقرار السلسلة ، وبعد اخذ الجذر التربيعي و الفرق لها تم الحصول على السلسلة المستقرة والشكل الآتي يوضح ذلك:



(A)

(B)

الشكل (4): (A) يوضح رسم الاتجاه العام للسلسلة الأصلية للسعر العالمي للحنطة Y_t و (B) بعد ثبوت واستقرار السلسلة للسعر العالمي للحنطة ومن رسم سلسلة الادخال المتمثلة بالانتاج العالمي للحنطة نلاحظ عدم استقرار السلسلة ، وبعد أخذ الجذر التربيعي والفرق لها تم الحصول على السلسلة المستقرة والرسم البياني الآتي يوضح سلسلة الادخال



(A)

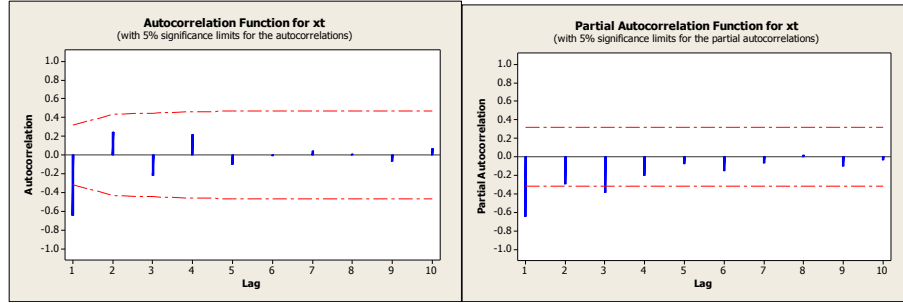
(B)

الشكل (5): (A) يوضح رسم الاتجاه العام للإنتاج العالمي للحنطة الأصلية X_t و (B) بعد ثبوت واستقرار السلسلة إذ نلاحظ استقرار السلسلة.

ب- تنقية سلسلتي المدخلات (X_t) والمخرجات (Y_t).

بعد تهيئة سلسلتي المدخلات (X_t) والمخرجات (Y_t) يتم تنقيتهما، إذ تتم تنقية سلسلة المدخلات من خلال تحديد النموذج الملائم لها للحصول على سلسلة بواقي (مستقلة) ، وذلك بملاحظة سلوك دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي ، وبعد استقرار السلسلة إذ تبين ان السلسلة

المستقرة تتبع نموذج $ARMA(1,1)$ إذ امتلك اقل $MSE=0.3458$ ، وان القيمة التقديرية للمعلمتين هما : $\hat{\theta}=0.9521$ و $\hat{\phi}=-0.5784$.



(A)

(B)

الشكل (6): (A) يوضح رسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة و (B) يوضح رسم دالة الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة

$$\left[\begin{array}{l} \phi(B)X_t = \theta(B)\alpha_t \\ \alpha_t = X_t - \phi_1 X_{t-1} - \theta_1 \alpha_{t-1} \end{array} \right]$$

$$\hat{\alpha}_1 = X_1$$

$$\text{إذ إن } X_0=0$$

وباستخدام المعادلة المذكورة في اعلاه تم الحصول على قيم $\hat{\alpha}_t$ والموضحة في الجدول (1).

الجدول (1): يوضح قيم $(\hat{\alpha}_t)$ لمتغير الادخال (الانتاج العالمي للحنطة)

t	$\hat{\alpha}_t$	t	$\hat{\alpha}_t$	t	$\hat{\alpha}_t$	t	$\hat{\alpha}_t$
1	-1.45877	11	-0.45812	21	-0.18516	31	-0.43506
2	-0.54871	12	-0.91099	22	-0.17217	32	-1.41832
3	-0.83846	13	-1.23478	23	-0.83122	33	-0.67980
4	-0.20379	14	0.63532	24	-0.29209	34	0.58007
5	-0.89528	15	-0.98379	25	-0.91765	35	0.55479
6	-0.48063	16	0.04950	26	-1.12307	36	-0.64417
7	-1.19002	17	-0.55182	27	0.08538	37	-0.87537
8	-1.40522	18	-0.78646	28	0.92684		
9	-0.05034	19	-0.39258	29	-1.00913		
10	-0.64513	20	-0.08327	30	-0.83871		

وللحفاظ على العلاقة الدالية بين المدخلات والمخرجات تجرى تنقية سلسلة المدخلات على سلسلة المخرجات وبالطريقة التي اتبعها (Makridakis et al.,1983) وعلى النحو الآتي:

$$\left[\begin{array}{l} \phi(B)Y_t = \theta(B)\beta_t \\ \beta_t = Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \theta_1 \beta_{t-1} \end{array} \right]$$

والجدول (2) يوضح قيم سلسلة الخطأ $(\hat{\beta}_t)$.

الجدول (2): يوضح قيم $(\hat{\beta}_t)$ لمتغير الاخراج (السعر العالمي للحنطة).

t	$\hat{\beta}_t$	t	$\hat{\beta}_t$	t	$\hat{\beta}_t$	T	$\hat{\beta}_t$
1	-0.31885	11	3.41880	21	-0.90747	31	-0.15453
2	-0.24179	12	3.09329	22	-0.67963	32	-0.07771
3	-0.89908	13	-0.93713	23	-1.16029	33	1.07140
4	-0.50409	14	-1.97249	24	-1.64530	34	1.41773
5	-0.07430	15	-2.27774	25	-0.87889	35	-1.45649
6	-0.48440	16	-0.03063	26	1.15674	36	-2.70457
7	-0.81197	17	1.61548	27	1.51885	37	-1.61109
8	-0.72908	18	0.80519	28	-1.11244		
9	0.03373	19	-0.14238	29	-1.35344		
10	0.44713	20	-1.03860	30	0.54394		

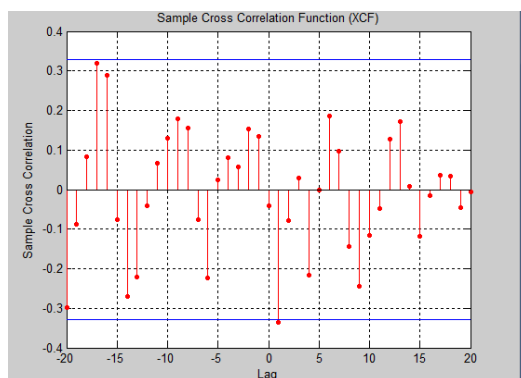
جـ الارتباط المتقاطع بين السلسلتين (α_t) و (β_t)

تم باستخدام المعادلة (4) ايجاد قيم الارتباط المتقاطع كما في الجدول (3) الآتي.

الجدول (3): يوضح قيم الارتباط المتقاطع بين (α_t) و (β_t) المحسوبتين.

t	$r_{\alpha\beta}$	t	$r_{\alpha\beta}$	t	$r_{\alpha\beta}$	t	$r_{\alpha\beta}$
0	-0.040	5	-0.001	10	-0.115	15	-0.117
1	-0.335	6	0.186	11	-0.049	16	-0.015
2	-0.079	7	0.097	12	0.126		
3	0.028	8	-0.144	13	0.171		
4	-0.217	9	-0.245	14	0.008		

والشكل الآتي يوضح رسم دالة الارتباط المتقاطع بين (α_t) و (β_t) لغرض تحديد الزمن الميت في النظام



الشكل (7): يوضح الارتباط المتقاطع بين (α_t) و (β_t) وتحديد الزمن الميت لمتغير الإدخال ضمن الرسم

إذ يتضح من الشكل (7) أنَّ الزمن الميت هو $b=1$.

د- التشخيص

1- تقدير اوزان الاستجابة النبضية

تم تقدير اوزان الاستجابة النبضية لدالة التحويل وكما في الجدول (4) الآتي
الجدول (4): يوضح قيم الاستجابة النبضية لدالة التحويل

t	v	t	v	t	v	T	v
0	-0.0906	5	-0.0022	10	-0.2606	15	-0.2652
1	-0.7593	6	0.4216	11	-0.1110	16	-0.0340
2	-0.1790	7	0.2198	12	0.28561		
3	0.0634	8	-0.3264	13	0.3876		
4	-0.4918	9	-0.5553	14	0.01813		

2- تحديد رتبة نموذج دالة التحويل (r,s,b)

من خلال الشكل (7) يتبين أنَّ الزمن الميت هو $b=1$ ، ويلاحظ أنَّ الدالة تأخذ نقطة انقلاب واحدة فتكون $(s=1)$ وان $(r=0)$ ، وعليه فان النموذج يكون على النحو الآتي :

$$Y_t = (w_0 - w_1 B - w_2 B^2) X_{t-nk} + N_t$$

3- سلسلة الاضطراب

يتم حساب سلسلة الاضطراب من المعادلة الآتية:

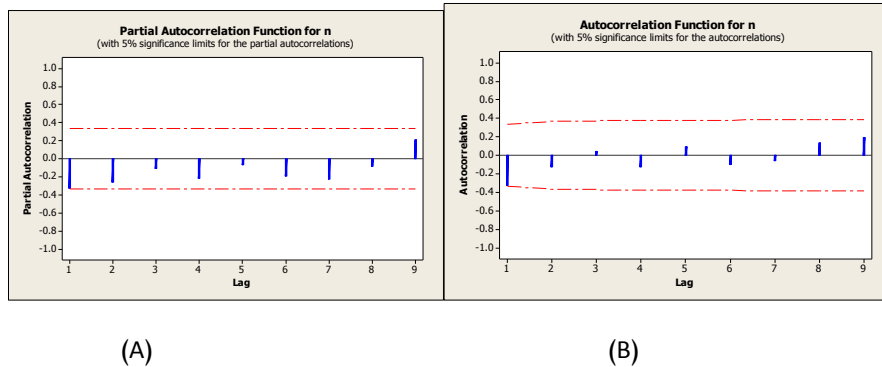
$$N_t = Y_t - v_0 X_t - v_1 X_{t-1} - \dots - v_{16} X_{t-16}$$

والجدول الآتي يوضح قيم سلسلة الاضطراب N_t التي تم الحصول عليها

الجدول (5): يوضح القيم التقديرية لسلسلة الاضطراب N_t .

t	Nt	t	Nt	t	Nt	T	Nt	t	Nt
1	0	9	0	17	2.00024	25	1.27426	33	-1.41963
2	0	10	0	18	-0.56763	26	-0.00138	34	0.82142
3	0	11	0	19	-1.18511	27	-0.59754	35	-0.96746
4	0	12	0	20	-0.02255	28	-0.65207	36	0.06490
5	0	13	0	21	-0.21844	29	1.21909	37	0.20653
6	0	14	0	22	-0.16071	30	-0.42080		
7	0	15	0	23	0.10039	31	0.03849		
8	0	16	0	24	-0.37813	32	0.47843		

ولتحديد نموذج ARIMA لسلسلة الاضطراب (N_t) ، يتم ذلك بدراسة سلوك دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة الاضطراب الموضحة في الشكل (8) الآتي:



الشكل (8): يوضح (A) دالة الارتباط الذاتي لسلسلة الاضطراب N_t و (B) دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة الاضطراب N_t . إذ يتبين أن سلسلة الاضطراب هي سلسلة بواقي عشوائية أي $N_t = a_t$ ، وبذلك فإن نموذج دالة التحويل للصيغة النسبية تكون على الشكل الآتي:

$$Y_t = (w_0 - w_1 B - w_2 B^2) X_{t-1} + a_t$$

لذا فإن التقديرات النهائية تكون على النحو الآتي:

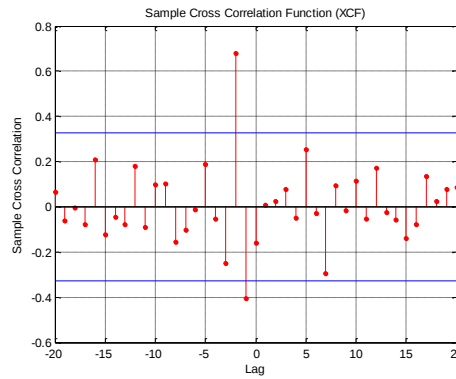
$$Y_t = -0.6559 X_{t-1} - 0.3341 X_{t-2} + a_t$$

يتم حساب قيم السلسلة (a_t) من المعادلة المذكورة في اعلاه والجدول (6) يوضح قيم a_t التي تم الحصول عليها.

t	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$	T	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$
1	0	9	0	17	2.00024	25	1.27426	33	-1.41963
2	0	10	0	18	-0.56763	26	-0.00138	34	0.82142
3	0	11	0	19	-1.18511	27	-0.59754	35	-0.96746
4	0	12	0	20	-0.02255	28	-0.65207	36	0.06490
5	0	13	0	21	-0.21844	29	1.21909	37	0.20653
6	0	14	0	22	-0.16071	30	-0.42080		
7	0	15	0	23	0.10039	31	0.03849		
8	0	16	0	24	-0.37813	32	0.47843		

الجدول (6): يوضح قيم السلسلة a_t لنموذج دالة التحويل

ثم يتم إيجاد دالة الارتباط المتقاطع بين السلسلة النقية للمدخلات (α_t) وسلسلة البواقي (a_t) الموضحة في الشكل (9)



الشكل (9): يوضح الارتباط المتقاطع بين السلسلة النقية للمدخلات α_t وسلسلة البواقي a_t .

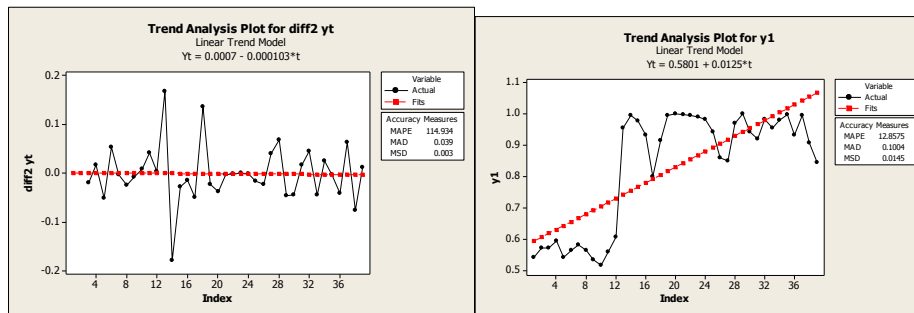
إذ يلاحظ وجود قيم معنوية ($k=-1-2$) ، وهذا يدل على وجود ارتباط بين السلسلتين α_t و a_t ، وهذا يدل على عدم جودة النموذج الموفق .

ثانياً: بناء نموذج دالة التحويل في حالة تضبيب سلسلتي الإدخال والإخراج :

تم تضبيب سلسلة الإدخال (الانتاج العالمي للحنطة) ، وسلسلة الإخراج (السعر العالمي للحنطة) باستخدام البرنامج الجاهز (Matlab) فقد تم ادخال السلسلتين واستخدام الدوال العضوية لدالة كاوس الموضحة في الجانب النظري للحصول على السلسلتين المضطبتين ، والخطوات الآتية تبين مراحل بناء نموذج دالة التحويل

أ- تهيئة البيانات:

من خلال رسم سلسلة الإخراج المضطربة نلاحظ عدم استقرار السلسلة ، وبعد أخذ الجذر التربيعي و الفروق لها تم الحصول على السلسلة المستقرة والشكل الآتي يوضح ذلك:

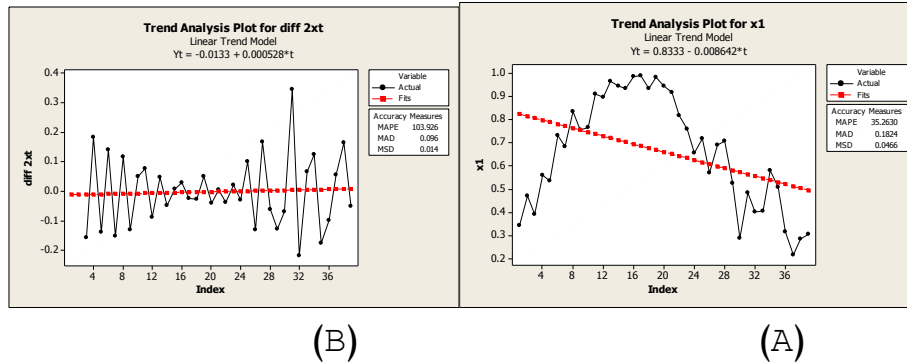


(B)

(A)

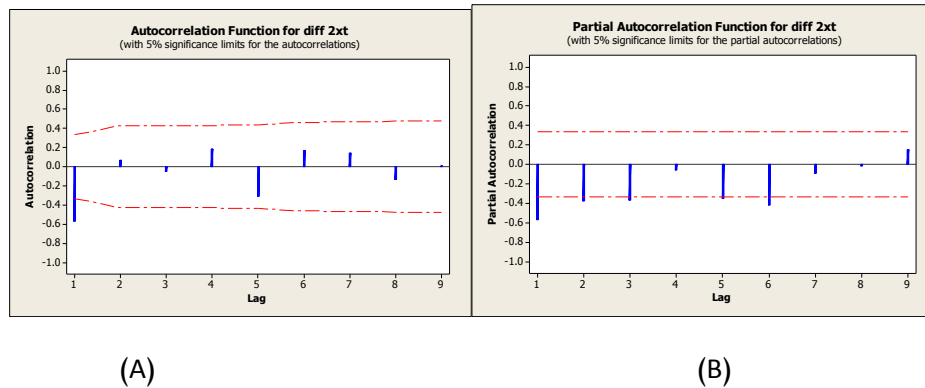
الشكل (10): يوضح (A) رسم الاتجاه العام للسلسلة المضطربة للسعر العالمي للحنطة Y_t و (B) بعد ثبوت واستقرار السلسلة للسعر العالمي للحنطة

ومن رسم سلسلة الادخال المضطربة نلاحظ عدم استقرارية السلسلة ، وبعد أخذ الجذر التربيعي والفروق لها تم الحصول على السلسلة المستقرة ، والرسم البياني الآتي يوضح سلسلة الادخال



الشكل (11): (A) يوضح رسم الاتجاه العام للإنتاج العالمي للحنطة للسلسلة المضطربة X_t و (B) بعد ثبوت السلسلة واستقرارها .
ب- تنقية سلسلتي المدخلات (X_t) والمخرجات (Y_t) المضطبتين.

بعد تهيئة سلسلتي المدخلات (X_t) والمخرجات (Y_t) يتم تنقيتهما، إذ يتم تنقية سلسلة المدخلات من خلال تحديد النموذج الملائم لها للحصول على سلسلة بواقي (مستقلة) ، وذلك بملاحظة سلوك دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي ، وبعد استقرارية السلسلة فقد تبين انه يتبع نموذج $MA(1)$ إذ امتك أقل $MSE=0.006088$ ، وان القيمة التقديرية للمعلمة $\hat{\theta}=0.9486$.



الشكل (12): (A) يوضح رسم دالة الارتباط الذاتي لسلسلة المدخلات المضطربة و (B) يوضح رسم دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة المدخلات المضطربة

$$\begin{aligned} X_t &= \theta(B)\alpha_t \\ \alpha_t &= X_t + \theta_1\alpha_{t-1} \end{aligned}$$

$$\hat{\alpha}_1 = X_1$$

إذ ان $X_0=0$

وباستخدام المعادلة المذكورة آنفاً تم الحصول على قيم $\hat{\alpha}_t$ الموضحة في الجدول (7).

الجدول (7): يوضح قيم $(\hat{\alpha}_t)$ لمتغير الادخال المضطرب

t	$\hat{\alpha}_t$	t	$\hat{\alpha}_t$	t	$\hat{\alpha}_t$	T	$\hat{\alpha}_t$
1	-0.157326	11	-0.031271	21	-0.069981	31	-0.007558
2	0.033756	12	-0.078555	22	-0.096800	32	0.115583
3	-0.108300	13	-0.066883	23	0.009221	33	-0.679800
4	0.037550	14	-0.033930	24	-0.121545	34	0.580070
5	-0.116557	15	-0.056269	25	0.051550	35	0.554790
6	0.004363	16	-0.081232	26	-0.014295	36	-0.644170
7	-0.126449	17	-0.027286	27	-0.141486	37	-0.875370
8	-0.070467	18	-0.066718	28	-0.205680		
9	0.008057	19	-0.060272	29	0.149897		
10	-0.081255	20	-0.096175	30	-0.077634		

وللحفاظ على العلاقة الدالية بين المدخلات والمخرجات تجرى تنقية سلسلة المدخلات على سلسلة المخرجات ، وبالطريقة التي اتبعها (Makridakis et al.,1983) وعلى النحو الآتي:

$$\left[\begin{array}{l} Y_t = \theta(B)\beta_t \\ \beta_t = Y_t + \theta_1\beta_{t-1} \end{array} \right]$$

الجدول (8) يوضح قيم سلسلة $(\hat{\beta}_t)$.

الجدول (8): يوضح قيم $(\hat{\beta}_t)$ لمتغير الاخراج المضطرب

t	$\hat{\beta}_t$	t	$\hat{\beta}_t$	t	$\hat{\beta}_t$	t	$\hat{\beta}_t$
1	-0.020201	11	0.185656	21	-0.0169705	31	-0.0224881
2	-0.003305	12	-0.003114	22	-0.0182663	32	0.0042228
3	-0.055051	13	-0.031155	23	-0.0338774	33	0.0004568
4	-0.000012	14	-0.043804	24	-0.0560601	34	-0.0407817
5	-0.004143	15	-0.091311	25	-0.0139686	35	0.0249445
6	-0.027970	16	0.048849	26	0.0543574	36	-0.0522657
7	-0.034757	17	0.0239633	27	0.0046134	37	-0.0382002
8	-0.025076	18	-0.0155924	28	-0.0396507		
9	0.017153	19	-0.0174939	29	-0.0217467		
10	0.019402	20	-0.0180978	30	0.0241671		

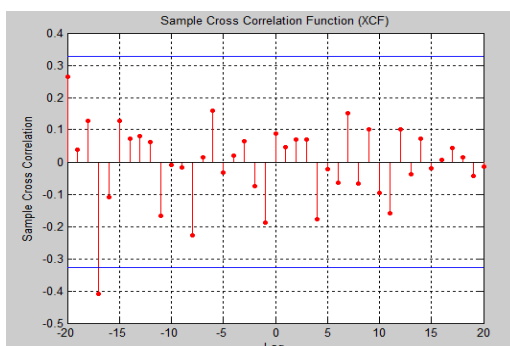
جـ الارتباط المتقاطع بين السلسلتين (α_t) و (β_t)

باستخدام المعادلة (4) يتم ايجاد قيم الارتباط المتقاطع بين السلسلتين (α_t) و (β_t) الموضح في الجدول (9) الآتي.

الجدول (9): يوضح قيم الارتباط المتقاطع بين (α_t) و (β_t) المحسوبتين.

t	$r_{\alpha\beta}$	t	$r_{\alpha\beta}$	t	$r_{\alpha\beta}$	t	$r_{\alpha\beta}$
0	0.05047	5	-0.01358	10	-0.0558	15	-0.012043
1	0.02725	6	-0.0378	11	-0.0917	16	0.003647
2	0.04015	7	0.0876	12	0.058704		
3	0.03989	8	-0.0382	13	-0.021438		
4	-0.10273	9	0.0586	14	0.042291		

والشكل الآتي يوضح رسم دالة الارتباط المتقاطع بين (α_t) و (β_t) .



الشكل (13): يوضح الارتباط المتقاطع بين (α_t) و (β_t) ، وتحديد الزمن الميت لمُتغير الإدخال ضمن الرسم

إذ يتضح من الشكل (13) بأنه لا يمكن تحديد الزمن الميت ، لذا تم الاعتماد على الأوزان التي يتم تقديرها في مرحلة التشخيص.

د- التشخيص

1- تقدير أوزان الاستجابة النبضية

تم تقدير أوزان الاستجابة النبضية لسلسلتي المدخلات (X_t) والمخرجات (Y_t) المضببتين وهو الموضح في الجدول (10) الآتي

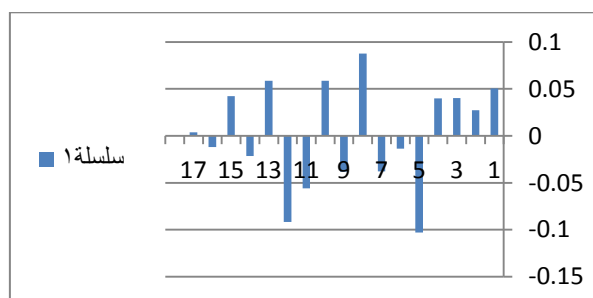
الجدول (10): يوضح قيم الاستجابة النبضية لدالة تحويل السلاسل المضببة

t	v	t	v	t	v	t	v
0	0.050480	5	-0.013588	10	-0.0558337	15	-0.0120437
1	0.027255	6	-0.0378113	11	-0.0917393	16	0.0036471
2	0.040155	7	0.0876968	12	0.0587046		
3	0.039890	8	-0.0382581	13	-0.0214384		
4	-0.102732	9	0.0586624	14	0.0422919		

2- تحديد رتبة نموذج دالة التحويل (r,s,b)

من خلال الشكل (14) يتبين أنَّ الزمن الميت هو $b=0$ (حسب القاعدة (1) Makridakis et (1983)) وان $r=2$ ، $s=h=u+r-1$ إذ إن $u=4$ فان $s=5$ وعليه فإنَّ النموذج يكون على النحو الآتي :

$$Y_t = \frac{(w_0 - w_1 B - w_2 B^2 - w_3 B^3 - w_4 B^4 - w_5 B^5)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} X_t + N_t \quad (4.3)$$



الشكل (14) رسم الازان (v) لتحديد رتبة النموذج

3- سلسلة الاضطراب

يتم حساب سلسلة الاضطراب من المعادلة الآتية:

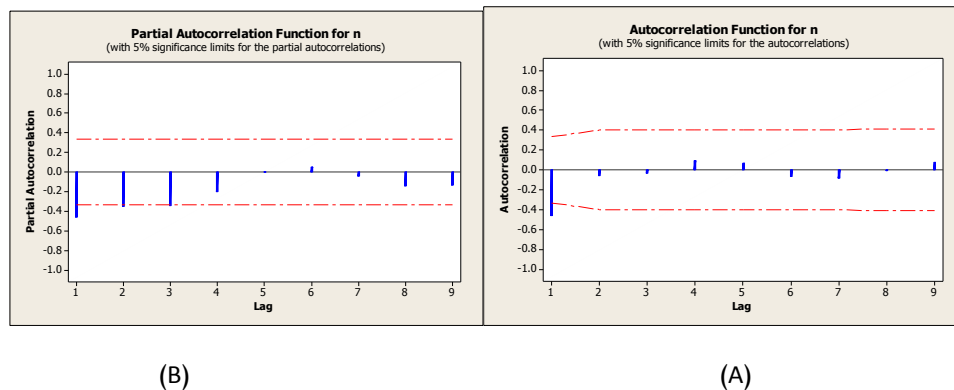
$$N_t = Y_t - v_0 X_t - v_1 X_{t-1} - \dots - v_{16} X_{t-16}$$

والجدول الآتي يوضح قيم سلسلة الاضطراب N_t التي تم الحصول عليها

الجدول (11): يوضح القيم التقديرية لسلسلة الاضطراب N_t .

t	Nt	t	Nt	t	Nt	t	Nt	t	Nt
1	0	9	0	17	0.0091777	25	0.0369667	33	0.0572839
2	0	10	0	18	-0.0735817	26	0.0560047	34	-0.0544429
3	0	11	0	19	0.0343297	27	-0.0223792	35	0.0771397
4	0	12	0	20	-0.0182635	28	-0.0553188	36	-0.0716567
5	0	13	0	21	0.0046186	29	0.0272644	37	0.0037852
6	0	14	0	22	0.0026677	30	0.0363829		
7	0	15	0	23	-0.0294417	31	-0.0501727		
8	0	16	0	24	-0.0185728	32	-0.0193583		

ولتحديد نموذج ARIMA لسلسلة الاضطراب (N_t)، يتم ذلك بدراسة سلوك دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للاضطراب الموضحة في الشكل (15) الآتي:



الشكل (15): يوضح (A) دالة الارتباط الذاتي لسلسلة الاضطراب N_t و (B) دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة الاضطراب N_t .

إذ يتبين أنَّ سلسلة الاضطراب تتبع نموذج ARMA ، وبعد توفير عدة نماذج تبين أنَّ سلسلة الاضطراب تتبع نموذج $MA(1)$ وبمعلمة $\theta = 0.9657$ ، وبذلك فإنَّ نموذج دالة التحويل للصيغة النسبية يكون بالشكل الآتي:

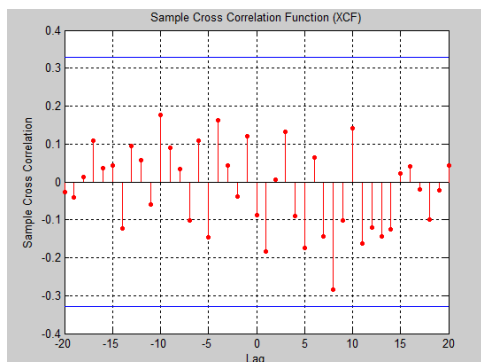
$$a_t = N_t + 0.9657a_{t-1}$$

يتم حساب قيم السلسلة (a_t) من المعادلة المذكورة في اعلاه والجدول (12) يوضح قيم a_t التي تم الحصول عليها.

t	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$	t	$\hat{a}_t$
1	0	9	0	17	0.0091777	25	-0.0401924	33	-0.0028691
2	0	10	0	18	-0.0647187	26	0.0171909	34	-0.057213
3	0	11	0	19	-0.0281692	27	-0.0057779	35	0.0218885
4	0	12	0	20	-0.0454666	28	-0.0608986	36	-0.0505189
5	0	13	0	21	-0.0392885	29	-0.0315453	37	-0.0450009
6	0	14	0	22	-0.0352732	30	0.0059196		
7	0	15	0	23	-0.0635051	31	-0.0444561		
8	0	16	0	24	-0.0798997	32	-0.0622895		

الجدول (12): يوضح قيم السلسلة a_t الناتجة لمتغير الادخال

ثم تم ايجاد دالة الارتباط المتقاطع بين السلسلة النقية للمدخلات (α_t) وسلسلة البواقي (a_t) وكما موضح في الشكل (16)



الشكل (16): يوضح الارتباط المتقاطع بين السلسلة النقية للمدخلات α_t وسلسلة البواقي a_t .

إذ نلاحظ بأن قيم الارتباط المتقاطع بين سلسلتي المدخلات النقية (α_t) والبواقي (a_t) غير معنوية، وهذا يعني عدم وجود ارتباط بين السلسلتين، وبالتالي جودة النموذج. لذا فإن التقديرات النهائية تكون على النحو الآتي:

$$Y_t = \frac{(0.1267 + 0.2129B + 0.2405B^2 + 0.2211B^3 + 0.04733B^4 + 0.03534B^5)}{(1 + 0.4594B + 0.2556B^2)} X_t + (1 - 0.9657B)a_t$$

اختيار أفضل طريقة

ولاختيار أفضل طريقة من الطرائق المستخدمة (دالة التحويل للبيانات الأصلية، دالة التحويل بعد إجراء تضبيب للبيانات مع أخذ الاستقرار لها)، تم استخدام المعايير الإحصائية (MSE, BIC)، والنتائج التي تم الحصول عليها موضحة في الجدول (13) الآتي :

الجدول (13): يوضح المعايير الإحصائية المستخدمة للمقارنة

المعيار \ الطريقة	MSE	BIC
دالة التحويل للبيانات الأصلية	0.3764141	-32.5404990
دالة التحويل بعد إجراء تضبيب للبيانات مع أخذ الاستقرار للبيانات	0.0011139	-226.318318

إذ يلاحظ من الجدول المذكور في اعلاه تفوق الطريقة الثانية دالة التحويل بعد إجراء تضبيب للبيانات مع أخذ الاستقرار للبيانات على الطريقة الأخرى .

التنبؤ بنموذج دالة التحويل بعد إجراء تضبيب للبيانات مع أخذ الاستقرار للبيانات

بعد ان اجتازت الطريقة الثانية للفحوص التشخيصية يمكن استخدام النموذج في التنبؤ بالقيم المستقبلية للبيانات

$$\hat{Y}_{t+1} = -0.4594Y_{(t+1)-1} - 0.2556Y_{(t+1)-2} + 0.1267X_{(t+1)} + 0.2129X_{(t+1)-1} + 0.2211X_{(t+1)-2} \\ + 0.04733X_{(t+1)-3} + 0.03534X_{(t+1)-4} - 0.5063a_{(t+1)-1} - 0.188a_{(t+1)-2} - 0.2468a_{(t+1)-3} + a_{(t+1)}$$

وبما ان a_t هي قيمة مستقبلية لا يمكن التنبؤ بها لذلك فإنها تكون مساوية للصفر دائماً، وباستخدام المعادلة التنبؤية في اعلاه تم الحصول على القيم التنبؤية الموضحة في الجدول (14) الآتي:

الجدول (14) يوضح القيم الحقيقية والقيم التنبؤية التي تم الحصول عليها

t+1	actual	Forecasting
38	0.0386685	0.0693935
39	0.0249774	0.00440016
40	0.0039759	-0.0082996

الاستنتاجات

1- من خلال التطبيق العملي على البيانات يلاحظ بأنه يمكن الاعتماد على رسم الأوزان لتحديد رتبة دالة التحويل بدلاً من رسم الارتباط المتقاطع بين α_t و β_t كما في الطريقة الثانية .

2- إنَّ استخدام التضييب ثم أخذ الاستقرارية للبيانات أعطى أفضل نموذج دالة تحويل وتم الاعتماد عليه في ايجاد القيم التنبؤية .

المصادر

- 1- الحنون، أسامة بشير شكر، (2007): "نماذج دالة التحويل الآتية مع تطبيق"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، العراق .
- 2- العمري، هيلاء انس عبد المجيد، (2005): "بعض طرائق الكشف عن التغذية العكسية في النماذج الحركية مع التطبيق على بيانات الانواء الجوية في محافظة نينوى"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق .
- 3- آل طوي، أحمد سالم إسماعيل، (2011). "توظيف التحليل العاملي في نماذج دالة التحويل للتنبؤ بالمعدلات الشهرية للتبخر-نتح"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق .

- 4- المعماري، نوال محمود، (2004): "التنبؤ بواسطة نماذج الانحدار الحركي مع التطبيق"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
- 5- حياوي، هيام عبد المجيد، (2006): "تشخيص النظم الحركية الخطية التصادفية من خلال علاقتها مع الزمن"، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
- 6- فاندل، والتر، (1992): "السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس-جكنز"، تعريب د. عبد المرضي حامد عزام، دار المريخ للنشر، الرياض، المملكة العربية السعودية.
- 7- قاسم، عمر صابر 2010: "تطبيق التقنيات الذكائية في المعلوماتية الحياتية"، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
- 8- هندوش. رنا وليد بهنام، 2006: "دراسة عن النمذجة المضطربة مع تطبيقات"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
- 9- Box, G.E.P and Jenkins, G.M. (1976): "**Time series Analysis Forecasting and Control**", Holden – Day, San Francisco.
- 10-Klir, G.J., Clair, U.St. and Yuan , B. (1997) , "**Fuzzy Set Theory**", Prentice - Hall PTR.
- 11-Liu, L.-M. and Hudak, G.B., (1994): "**Forecasting and Time Series Analysis Using the SCA Statistical System**", Volume 1, Scientific Computing Associates Crop. , Chicago.
- 12-Liu, L.-M., (2006): "**Time Series Analysis and Forecasting**" , 2nd ed. , Scientific Computing Associates Crop. , Illinois , USA .
- 13-Makridaskis, S. Wheelwright, S. and Hyndman, R. (1998): "**Forecasting: Methods and Applications**", 3rd ed., John Wiley and Sons, New York, USA.
- 14-Makridakis, S. and Wheelwright, S.C. and McGree V.E. (1983) "Forecasting Methods and Application", 2nd ed. John-Wiley and Sons. Inc.
- 15-Wei, W. W. S. (1990): "**Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods**", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., The Advanced Book Program, California, USA.