المجلة العراقية للعلوم الإحصائية (27) 2018
ص ص [83-106]

تقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور باستخدام خوارزمتي سرب الطيور وأشباه نيوتن

غالية توفيق بشير *
ghalia2017@yahoo.com

المستخلص:

تم في هذا البحث تقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور Truncated Regression model باستخدام خوارزميتين، إذ تتمثل الخوارزمية الأولى باستخدام خوارزمية أمثلة سرب الطيور(PSO) Particle Swarm Optimization التي نسعى من خلالها للحصول على الحل الأمثل . أما الخوارزمية الثانية فهي إحدى خوارزميات الامثلية التقليدية والتي تعرف بخوارزمية أشباه نيوتن Quasi-Newton Algorithm وبالتحديد خوارزمية Broyden-Fletcher-Goldforb-Shanno (BFGS) للتوصل إلى القيم المثلى لهذه المعلمات. كما تم في هذا البحث اقتراح خوارزمية مهجنة تم من خلالها الربط بين خوارزمية (BFGS)، و خوارزمية أمثلة سرب الطيور (PSO) . ولإِيجاد القيم المثلى لهذه المعلمات تمت برمجة هذه الخوارزميات باستخدام البرنامج الجاهز Matlab 7.11 (R2010b) ، ومن خلال النتائج تبين أن عدد التكرارات الناتجة من استخدام الخوارزمية المهجنة (BFGS-PSO) أَقل من عدد التكرارات الناتجة من خوارزمية (BFGS) ، والتي تم الحصول على نتائجها بالاستعانة بالبرنامج Stata11 بمقدار الخطأ المسموح به نفسه.

الكلمات المفتاحية: الانحدار المبتور، خوارزمية سرب الطيور، خوارزمية أشباه نيوتن

Estimating the Parameters of the Truncated Regression Model Using the Two Algorithms PSO and Quasi-Newton

Abstract:

In this research ,the estimation of the parameters of the truncated regression model was perfomed using two algorithms, the first algorithm is one of the intelligent techniques from which we seek to get the optimal

*مدرس مساعد / قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / جامعة الموصل

تاريخ استلام البحث 2014/1/14 ——— تاريخ القبول 2014/3/16

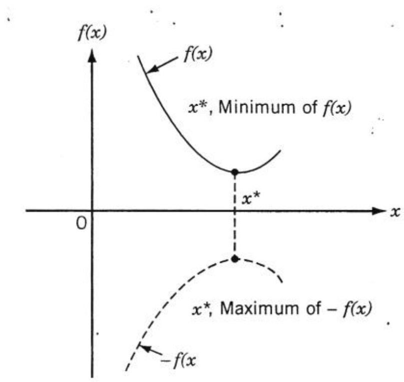
solution, which is known as particle swarm optimization algorithm, and the second is one of the conventional optimization algorithms; which is known as Quasi-Newton algorithm namely BFGS algorithm to reach the optimum values for these parameters. This research also proposes a hybrid algorithm, linking BFGS algorithm with PSO algorithm. To find the optimal values for these parameters, we are programming these algorithms using the ready matlab7.11(R2010b). Results show that the number of iterations resulting from the use of the hybrid algorithm (BFGS-PSO) is less than the number of iterations of the algorithm (BFGS) and that the results were obtained using the program Stata11 by the same amount of allowable errors.

1- المقدمـــة: Introduction

تُعنى بحوث العمليات بدراسة مسائل الامثلية التي تهدف إلى تعظيم أو تصغير دالة الهدف التي تمثل عدداً من المتغيرات (أو الدوال) بحيث تكون هذه المتغيرات مستقلة بعضها عن البعض أو مرتبطة ببعضها من خلال أَحد (أو مجموعة من) القيود.

وتعرف الامثلية بأنها الحصول على أفضل النتائج في ظل ظروف معينة. ففي الأنظمة الهندسية يقوم المهندس بتصميم وبناء وصيانة أي من هذه الأنظمة باتخاذ العديد من القرارات التكنولوجية والإدارية في عدة مراحل. والهدف النهائي من كل هذه القرارات هي إما تقليل الجهد المطلوب أو تعظيم الفائدة المرجوة. وبما أن الجهد المطلوب والفائدة المرجوة في أية حالة عملية يمكن التعبير عنها كدالة في متغيرات القرار، لذا فإن الامثلية يمكن أن تعرف بأنها عملية إيجاد الشروط التي تعطي القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

ومن خلال الشكل (1) نلاحظ أَنه إذا كانت النقطة x^* تمثل القيمة الصغرى للدالة $f(x)$ فإن النقطة نفسها تمثل القيمة العظمى للدالة $-f(x)$ بعبارة أخرى إذا كانت x^* هي النقطة التي تصغر الدالة $f(x)$ فإنها تمثل النقطة نفسها التي تعظم الدالة $-f(x)$



الشكل (1) يوضح تصغير الدالة $f(x)$ هو نفسه تعظيم الدالة $-f(x)$

لا توجد طريقة واحدة كفوءة لحل جميع مسائل الامثلية، لذا فإن عدداً من طرائق الامثلية تم تطويرها لحل الأنواع المختلفة من مسائل الامثلية، إن طرائق البحث عن الأمثل أو الأفضل تعرف أيضاً بتقنيات البرمجة الرياضية التي يتم دراستها كجزء من بحوث العمليات.

يعد ذكاء السرب (Swarm Intelligence) أَحد فروع الذكاء الاصطناعي الذي يدرس السلوك الجماعي للعناصر ،ويستخدم بشكل واسع في حل مسائل الامثلية ، ويكون مستوحى من الأمثلة البيولوجية كظاهرة مجاميع عناصر وأسراب الأحياء والحيوانات.

تعود خوارزمية أمثلة سرب الطيور (Particle Swarm Optimization) إلى صنف تقنيات ذكاء السرب المستخدمة في حل مسائل الأمثلية، إذ قام بصياغة هذه الخوارزمية Kennedy and Eberhart في عام 1995.

إن الهدف من خوارزمية أمثَلَة سرب الطيور (PSO) هو الحصول على الحل الأمثل والأفضل عبر محاكاة سلوكيات الطيور في البحث عن الطعام الأفضل وبالتالي فإن أي نظام يعتمد على هذه الخوارزمية سيتشكل في البداية من تجمع عشوائي من الحلول العشوائية، ويتم البحث ضمن هذا التجمع عن الحل الأمثل ، وذلك عبر تحديث الأجيال، وبخلاف باقي تقنيات حسابات التطور البيولوجي فإن كل عنصر في الخوارزمية ترافقه سرعة تتغير آلياً طبقاً لتصرفين، الأول : هو التصرف الماضي

للعنصر، والثاني : هو تصرف الأفراد المجاورين في فضاء البحث، لذلك فالعنصر له نزعة لأن يطير بالاتجاه الأفضل ثم الأفضل في فضاء البحث أثناء سير عملية البحث.

وهكذا فإن النموذج يحاكي بحثاً عشوائياً Random Search في الفضاء المصمم للحصول على أفضل (أعظم أو أصغر) قيمة من دالة الهدف، على هذا النحو وبشكل تدريجي وعلى مدى العديد من التكرارات تنتقل الجسيمات إلى الهدف، إن نقطة القوة الأساسية في خوارزمية أمثلة سرب الطيور هي التقارب السريع لهذه الخوارزمية مقارنة مع خوارزميات الامثلية الأخرى. **[النعيمي وآخرون، 1999] [Rao,2009] [Premalatha and Natarajan,2009] [المشهداني، 2011].**

2- التوزيعـــات المبتـــورة Truncated Distributions

يتطلـب فـي بعـض الأحيـان بموجـب التصـميم أن نُجبـر علـى القيـام ببتـر أو (قطـع) بعـض مشـاهدات التوزيـع أو نحـذفها للاسـتفادة مـن الوقـت، وفـي هـذه الحالـةِ فقـط تسـتخدم العينـة المـأخوذة مـن التوزيـعَ المبتـور لأغـراض التقـدير، لـذا فـالتوزيع المبتـور هـو جـزء مـن توزيـع غيـر مبتـور وان حـذف جـزء مـن القـيم الممكنـة لهـذا التوزيـع يـتم فـي طـرف واحـد أو طـرفين، أي أَن البتـر ممكـن أن يكـون مـن الأسـفل (below) أو مـا يسـمى بـالبتر مـن اليسـار (Left Truncated) $(X > a)$ أو مـن الأعلـى (above) أو مـا يسـمى بـالبتر مـن اليمـين (Right Truncated) $(X < b)$ أو مـن الجـانبين كليهمـا ضـمن المـدة $[a,b]$ أي بشـكل عـام أيـة قيمـة خـارج المـدة $[a,b]$ تهمـل ، وبـذلك فـإن دالـة الكثافـة الاحتماليـة المبتـورة بشـكل عـام يمكـن أن تعرف كما يأتي**[Green, 2003] [ديبطة، 2007]:**

$$f_T(X / X > a) = \frac{f(X;\theta)}{\Pr(X > a)} \qquad a \le x \le \infty \qquad \ldots\ldots (1)$$

$$f_T(X / X < b) = \frac{f(X;\theta)}{\Pr(X < b)} \qquad -\infty \le x \le b \qquad \ldots\ldots (2)$$

$$f_T(X / a < X < b) = \frac{f(X;\theta)}{\Pr(a < X < b)} \qquad a \le x \le b \qquad \ldots\ldots (3)$$

إذ إن:

a : تمثل نقطة البتر من اليسار.

b : تمثل نقطة البتر من اليمين.

$f(X;\theta)$: تمثل دالةُ الكثافة الاحتمالية للتوزيع الأصلي.

$f_T(X/\cdot)$: تمثـل دالــة الكثافــة الاحتماليــة للتوزيــع المبتــور، وهــذه الدالــة تحقــق شــروط دالــة الكثافــة الاحتماليــة ، وبــذلك يمكــن اســتخدام طريقــة مقــدر الإمكــان الأعظــم لتقــدير معلمــات التوزيــع . ومــن المهــم ملاحظــة أن عمليــة البتــر تــؤثر فــي الوســط والتبــاين للتوزيعــات الأصــلية وغيرها من المؤشرات الإحصائية .

إذ تمثل المعادلة (1) دالة الكثافة الاحتمالية المبتورة في حالة البتر من الأسفل ، والمعادلة (2) تمثل دالة الكثافة الاحتمالية المبتورة في حالة البتر من الأعلى ، والمعادلة (3) تمثل حالة البتر من الجانبين ضمن المدة $[a,b]$.

3- التوزيـــع الطبيعـــي المبتـــور Truncated Normal Distribution

افترض أن X متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع الطبيعي بمعدل μ ، وتباين σ^2، وان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي هي:

$$f(X;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty\le x\le\infty \quad ....(4)$$

وكما ذكرنا سابقاً فإن تأثير البتر يمكن أن يحدث عندما تكون مشاهدات العينة جزءاً من مجتمع الدراسة ، لذا فإن البتر يمكن أن يكون من اليسار أو من اليمين أو من الجانبين كليهما وان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور تتمثل بالحالات الآتية **[Green,2003]** **[Demaris,2004]:**

<u>الحالـــة الأولـــى:</u> بتر المتغير العشوائي X من الأسفل ، أو ما يسمى بالبتر من اليسار $(X > a)$ في هذه الحالة دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور تكون بالشكل الآتي:

$$f_T(X|X > a) = \frac{f(X;\mu,\sigma)}{\Pr(X > a)} \quad a \le x \le \infty \qquad \text{.......(5)}$$

وكما هو معلوم فإن:

$$\begin{aligned}\Pr(X > a) &= 1 - \Pr(X \le a)\\ &= 1 - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) \qquad \text{.......(6)}\end{aligned}$$

لذا فإن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور الذي هو عبارة عن توزيع شرطي هي:

$$\begin{aligned}f_T(X|X > a) &= \frac{f(X;\mu,\sigma)}{\Pr(X > a)}\\ &= \frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}} e^{-(x-\mu)^2/\left(2\sigma^2\right)}}{1 - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)}\\ &= \frac{\phi(z)}{\sigma(1-\Phi(\alpha))} \qquad \text{.......(7)}\end{aligned}$$

إذ إن:

$\phi(z)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي القياسي إذ إن $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$.

$\Phi(\alpha)$: تمثل الدالة التراكمية للتوزيع الطبيعي القياسي إذ إن $\alpha = \frac{a-\mu}{\sigma}$.

وكما معلوم أن لكل توزيع وسطاً وتبايناً خاصاً به لذا فإن للتوزيع الطبيعي المبتور وسطاً يدعى بالوسط المبتور (Truncated Mean) وتباين يدعى بالتباين المبتور (Truncated Variance) :

$$E\left[x \middle| truncation\right] = \mu + \sigma\lambda(\alpha) \qquad \text{.......(8)}$$

$$Var\left[x \middle| truncation\right] = \sigma^2\left[1-\delta(\alpha)\right] \qquad \text{.......(9)}$$

إذ إن:

$$\lambda(\alpha) = \phi(\alpha)/\left[1-\Phi(\alpha)\right] \qquad if\ truncation\ is\ x > a$$
$$\delta(\alpha) = \lambda(\alpha)\left[\lambda(\alpha)-\alpha\right]$$
$$0 < \delta(\alpha) < 1 \qquad for\ all\ values\ of\ \alpha$$

الحالة الثانية: بتر المتغير العشوائي X من الأعلى ، أو ما يسمى بالبتر من اليمين $(X < b)$ في هذه الحالة دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور تكون بالشكل الآتي:

$$f_T(X|X<b) = \frac{f(X;\mu,\sigma)}{\Pr(X<b)} \quad -\infty \le x \le b \qquad \text{.......(10)}$$

وكما هو معلوم فإن:

$$\Pr(X<b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) \qquad \text{.......(11)}$$

لذا فإن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور الذي هو عبارة عن توزيع شرطي هي:

$$\begin{aligned} f_T(X|X<b) &= \frac{f(X;\mu,\sigma)}{\Pr(X<b)} \\ &= \frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}} e^{-(x-\mu)^2/\left(2\sigma^2\right)}}{\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \\ &= \frac{\phi(z)}{\sigma \quad \Phi(\gamma)} \end{aligned} \qquad \text{.......(12)}$$

والوسط المبتور (Truncated Mean) والتباين المبتور (Truncated Variance) في هذه الحالة يكونان على الشكل الآتي:

$$E[x|truncation] = \mu + \sigma\lambda(\gamma) \qquad \text{.........} (13)$$

$$Var[x|truncation] = \sigma^2[1-\delta(\gamma)] \qquad \text{.........} (14)$$

إذ إن:

$$\lambda(\gamma) = -\phi(\gamma)/\Phi(\gamma) \qquad if\ truncation\ is\ x<b$$
$$\delta(\gamma) = \lambda(\gamma)[\lambda(\gamma)-\gamma]$$
$$0<\delta(\gamma)<1 \qquad for\ all\ values\ of\ \gamma$$
$$where \quad \gamma = \left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

إذ إن الدالة $\lambda(\alpha)$ أو $\lambda(\gamma)$ تسمى نسبة معكوس الإخفاق (Inverse Mills Ratio (IMR))، وأيضاً تدعى بدالة المخاطرة (Hazard Function) للتوزيع الطبيعي القياسي.

الحالـــة الثالثـــة: بتر المتغير العشوائي X من الطرفين ضمن المدة $[a,b]$ أي إن $(a<X<b)$ في هذه الحالة دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور تكون بالشكل الآتي:

$$f_T(X/a<X<b) = \frac{f(X;\theta)}{\Pr(a<X<b)} \qquad a \le x \le b \qquad \text{.........} (15)$$

لذا فإن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي المبتور الذي هو عبارة عن توزيع شرطي هي:

$$f_T(X/a<X<b) = \frac{f(X;\theta)}{\Pr(a<X<b)}$$
$$= \frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}}{\left(\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)\right)}$$
$$= \frac{\phi(z)}{\sigma \quad (\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha))} \qquad \text{.........} (16)$$

والوسط المبتور (Truncated Mean) والتباين المبتور (Truncated Variance) في هذه الحالة يكونان على الشكل الآتي:

$$E\left[x \middle| truncation\right] = \mu - \sigma\left(\frac{\phi(\gamma)-\phi(\alpha)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\right) \quad \ldots\ldots(17)$$

$$Var\left[x \middle| truncation\right] = \sigma^2\left[1+\frac{\phi(\alpha)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\left(\alpha-\frac{\phi(\alpha)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\right)-\frac{\phi(\gamma)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\left(\gamma+\frac{\phi(\gamma)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\right)\right] \quad \ldots(18)$$

4- نمـــوذج الانحـــدار المبتـــور Truncated Regression Model

إن نموذج الانحدار الخطي يستخدم لدراسة العلاقة بين متغير الاستجابة (Response Variable) وواحد أو أكثر من المتغيرات التوضيحية (Explanatory Variables)، لذا فإن هذه العلاقة بين المتغيرات يمكن تمثيلها بالمعادلة الآتية **[Demaris, 2004] [Heij, etal, 2004] [Green, 2003]:**

$$y_i = x_i^T\beta + \zeta_i \qquad , i = 1,2,\cdots\cdots,n \quad \ldots\ldots(19)$$

where

$$x_i^T\beta = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots\cdots + \beta_n x_{in}$$

$$y_i \sim N\left[x_i^T\beta, \sigma^2\right]$$

$$\zeta_i \sim N\left[0, \sigma^2\right]$$

سوف نقوم الآن بدراسة تأثير بتر متغير الاستجابة (y_i) في نموذج الانحدار الموضح في المعادلة (19) وبما أننا نقوم ببتر مشاهدات المتغير العشوائي (y_i) لذا فإن التوزيع الاحتمالي للخطأ العشوائي ζ_i سيصبح أيضاً توزيعاً مبتوراً.

<u>الحالــة الأولـــى:</u> بتر المتغير العشوائي y_i من الأسفل ، أو ما يسمى بالبتر من اليسار $(y_i > a)$ في هذه الحالة التوقع والتباين الشرطيين لنموذج الانحدار المبتور يكونان على الشكل الآتي:

$$E\left[y_i \middle| y_i > a\right] = E\left(x_i^T\beta + \zeta_i \middle| \zeta_i > a - x_i^T\beta\right) \quad \ldots\ldots(20)$$

ولاشتقاق $E\left[\zeta_i \middle| \zeta_i > a - x_i^T\beta\right]$ نطبق المعادلة (8) ، فإن التوقع الشرطي للمتغير العشوائي (y_i) فيها هو:

$$E\left[y_i \middle| y_i > a\right] = x_i^T\beta + \sigma\lambda(\alpha_i) \quad \ldots\ldots(21)$$

ومن المعادلة (21) نلاحظ بأَن التوقع الشرطي للمتغير y_i هو عبارة عن دالة غير خطية لـ (a,σ,β,x)، والتباين الشرطي للمتغير العشوائي y في هذه الحالة يكون على الشكل الآتي:

$$Var[y_i|y_i > a] = Var(\zeta_i|\zeta_i > a - x_i^T\beta) \quad \text{.......(22)}$$

ولاشتقاق $Var[\zeta_i|\zeta_i > a - x_i^T\beta]$ نطبق المعادلة (9) فنحصل على التباين الشرطي للمتغير العشوائي (y_i) وهو:

$$Var[y_i|y_i > a] = \sigma^2(1 - \delta(\alpha_i)) \quad \text{.......(23)}$$

where

$$\lambda(\alpha_i) = \phi(\alpha_i)/[1 - \Phi(\alpha_i)] \qquad \text{if truncation is } y_i > a$$

$$\delta(\alpha_i) = \lambda(\alpha_i)[\lambda(\alpha_i) - \alpha_i]$$

$$0 < \delta(\alpha_i) < 1 \qquad \text{for all values of } \alpha_i$$

$$\text{where} \quad \alpha_i = \frac{a - x_i^T\beta}{\sigma}$$

الحالـــة الثانيـــة: بتر المتغير العشوائي y_i من الأعلى ، أو ما يسمى بالبتر من اليمين $(y_i < b)$ وبشكل مشابه للحالة السابقة ، وبتطبيق المعادلتين (13) و (14) فإنه يمكن الحصول على التوقع والتباين الشرطيين لنموذج الانحدار المبتور وكما هو موضح في أدناه:

$$E[y_i|y_i < b] = x_i^T\beta + \sigma\lambda(\gamma_i) \quad \text{.......(24)}$$

$$Var[y_i|y_i < b] = \sigma^2(1 - \delta(\gamma_i)) \quad \text{.......(25)}$$

where

$$\lambda(\gamma_i) = -\phi(\gamma_i)/\Phi(\gamma_i) \qquad \text{if truncation is } y_i < b$$

$$\delta(\gamma_i) = \lambda(\gamma_i)[\lambda(\gamma_i) - \gamma_i]$$

$$0 < \delta(\gamma_i) < 1 \qquad \text{for all values of } \gamma_i$$

$$\text{where} \quad \gamma_i = \frac{b - x_i^T\beta}{\sigma}$$

الحالـــة الثالثـــة: بتر المتغير العشوائي y_i من الطرفين ضمن المدة $[a,b]$ أي ان $(a < X < b)$ وبتطبيق المعادلتين (17) و (18) فإنه يمكن الحصول على التوقع والتباين الشرطيين لنموذج الانحدار المبتور وكما هو موضح في أدناه:

$$E[y_i|a < y_i < b] = x_i^T\beta + -\sigma\left(\frac{\phi(\gamma)-\phi(\alpha)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\right) \qquad \text{...(26)}$$

$$Var[y_i|a < y_i < b] = \sigma^2\left[1+\frac{\phi(\alpha)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\left(\alpha-\frac{\phi(\alpha)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\right)-\frac{\phi(\gamma)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\left(\gamma+\frac{\phi(\gamma)}{\Phi(\gamma)-\Phi(\alpha)}\right)\right] \qquad \text{......(27)}$$

إن الهدف الأساسي من تحليل الانحدار هو تقدير معلمات نموذج الانحدار ، وبالتالي دراسة العلاقة بين متغير الاستجابة والمتغيرات التوضيحية. إذ تعد طريقة المربعات الصغرى (OLS) ومقدر الإمكان الأعظم (MLE) من أشهر الطرائق في تقدير معلمات نموذج الانحدار، إلا انه في حالة نموذج الانحدار المبتور فإن المقدرات الناتجة من المربعات الصغرى تكون مقدرات متحيزة (biased) وغير متسقة (inconsistent) ، لذا يتم اللجوء إلى مقدر الإمكان الأعظم (MLE) لتقدير المعلمات.

5- اســتخدام مـقــدر الإمكــان الأعــظـم لتقــديــر معــلمــات نمــوذج الانحـــدار المبتـــور

Using MLE to estimate the parameters of the truncated regression model

يعد مقدر الإمكان الأعظم (MLE) أَحد أهم وأكثر الطرائق انتشاراً في الإحصاء لتقدير المعلمات، إذ يعتمد مبدأ تقدير الإمكان الأعظم على إيجاد المقدر الذي يجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى ولتقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور فإنه سوف يتم مناقشة حالة واحدة فقط هي حالة البتر من اليمين عندما يكون $(y < b)$ ، وبالاستناد على المعادلة (12) فإن دالة الإمكان الأعظم لنموذج الانحدار المبتور تكون على الشكل الآتي:

$$L(\beta,\sigma|y_i,x_i)=\prod_{i=1}^{n}\frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}}e^{-(y_i-x_i^T\beta)^2/(2\sigma^2)}}{\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}$$

$$=\frac{-n}{2}\ln 2\pi-\frac{n}{2}\ln\sigma^2-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(y_i-x_i^T\beta)^2-\ln\sum_{i=1}^{n}\Phi\left(\frac{b-x_i^T\beta}{\sigma}\right) \quad ....(28)$$

وبأخذ المشتقات الجزئية للمعادلة (28) بالنسبة للمعلمات نحصل على المعادلات الآتية:

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\sigma^2}=\frac{-n}{2\sigma^2}+\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-x_i^T\beta)^2}{2\sigma^4}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)(b-x_i^T\beta)}{2\sigma^3\Phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)} \quad ....(29)$$

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\beta_0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-x_i^T\beta)}{\sigma^2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)}{\sigma\Phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)} \quad ....(30)$$

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\beta_1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-x_i^T\beta)x_1}{\sigma^2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)x_1}{\sigma\Phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)} \quad ....(31)$$

.

.

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\beta_j}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-x_i^T\beta)x_j}{\sigma^2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)x_j}{\sigma\Phi((b-x_i^T\beta)/\sigma)} \quad ....(32)$$

ومن خلال النظر إلى المعادلات (29−32) نلاحظ بأننا نعجز عن حل هذه المعادلات بالنسبة للمعلمات (β,σ) تحليلياً ، ولهذا السبب نلجأ إلى استخدام طرائق الامثلية التقليدية والتقنيات

الذكائية لتقدير هذه المعلمات ، من هذه الطرائق التي تم استخدامها في هذا البحث هي خوارزمية BFGS ، وخوارزمية أمثلة سرب الطيور التي نسعى من خلالها إلى تعظيم دالة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور.

6- خـوارزميـات المتـــري المتغير Variable Metric Algorithms(VM)

اقتـــرح هـــذه الخوارزميـــة العـــالم Davidon عـــام 1959 عنـــدما قـــرر فـــي أواخـر الخمسـينيات إيجـاد خوارزميـة لتعجيـل التكـرارات. ويسـتند أسـاس عمـل هـذه الخوارزميـة علـى خوارزمية نيوتن، ويعد اقتراحه أحد أفضل الأفكار في الأمثلية غير الخطية، ثم قام عدد من الباحثين بعده بتوسيع الخوارزمية نظرياً وتطبيقياً.

تتطلب الخوارزميات العددية لحل مسألة التصغير للدالة غير الخطية $f(x)$ أن تكون الدالة $f(x)$ دالـة حقيقيـة مسـتمرة ومشـتقتها الثانيـة موجـودة. وتعـدُّ خوارزميـة (VM) أو شـبيهة خوارزميـة نيـوتن (QN) هي الشائعة لحل مثل هذه المسألة ، إذ تؤخذ x_1 كنقطـة ابتدائيـة، و H_1 مصفوفة أحادية ذات أبعاد $(n\times n)$ ويجب أن تكون غير شاذة، وتتولد خوارزمية المتري المتغير (VM) على شكل متتابعة من التكرارات بالخطوات الآتية:

1- حساب انحدار الدالة عند النقطة x_k والمعبر عنه بـ $g_k=\nabla f(x_k)$, $k\geq 1$.

2- حساب اتجاه البحث:

$$d_k=-H_K g_k$$

3- تطبيق تقانة البحث الخطي الملائمة على طول اتجاه البحث d_k ، لإيجاد حجم الخطوة λ_k بشرط تحقيق شروط Wolfe

$$f(x_k+\lambda_k d_k)\leq f(x_k)+\zeta_1\lambda_k {g_k}^T d_k$$
$$g(x_k+\lambda_k d_k)^T d_k\geq \zeta_2 {g_k}^T d_k$$

إذ إن: $0<\zeta_1<0.5$ و $\zeta_1<\zeta_2<1$

ويجب أن تحقق المصفوفة المحدثة شرط أشباه خوارزمية نيوتن

$$H_{k+1} y_k = \rho_k v_k$$

إذ إن:

$$v_k = x_{k+1} - x_k$$
$$y_k = g_{k+1} - g_k$$

و ρ_k هو ثابت حقيقي (Scalar).

لقد قام العالم Broyden عام 1967 باقتراح صيغة لتحديثات (QN) وكما يأتي:

$$H_{k+1} = H_k - \frac{H_k y_k y_k^T H_k}{y_k^T H_k y_k} + \frac{v_k v_k^T}{v_k^T y_k} + \phi_k (y_k^T H_k y_k) R_K R_K^T \qquad \text{..................................(33)}$$

إذ إن:

$$R_K = \frac{v_k}{v_k^T y_k} - \frac{H_k y_k}{y_k^T H_k y_k}$$
$$\delta = \frac{y_k^T H_k y_k}{v_k^T y_k}$$
$$\phi_k = \phi_k(\theta_k) = \frac{1-\theta_k}{1+\theta_k(\delta_k \mu_k - 1)}$$
$$\mu_k = \frac{v_k^T H_k v_k}{v_k^T y_k}$$

إذ إن: θ_k Scalar ، $\theta_k \in [0,1]$.

وهنالك خوارزميات عديدة شائعة تنتج من الصيغة(33) عند اختيار قيم مختلفة لـ θ_k . فعندما تكون:

$$\theta_k = \frac{v_k v_k^T}{v_k^T y_k - v_k^T H_K v_k}$$

نحصل على خوارزمية الرتبة الأُحادية المتناظرة (Symmetric Rank- One Algorithm)، وعندما تكون $\theta_k = 1$ نحصل على خوارزمية DFP المنسوبة إلى (Davidon, Fletcher and Powell) عام 1963 وإذا كانت $\theta_k = 0$ نحصل على خوارزمية BFGS المنسوبة إلى (Broyden,Fletcher,Goldfarb, and Shanno) في عام 1970.

وتختلف كل خوارزمية من الخوارزميات السابقة عن الخوارزمية الأخرى في مدى فعاليتها ودقتها، فتعد خوارزمية BFGS الأكثر فعالية من بين أعضاء عائلة Broyden بصورة عامة ومقبولة بشكل كبير من العلماء والباحثين ، ويرجع سبب ذلك إلى أن خوارزمية BFGS أقل حساسية لانعدام الدقة في البحث ذي البعد الواحد من DFP. وبصورة عامة فإن جميع هذه الخوارزميات تحقق شرط QN وتتقارب فيها التكرارات إلى الحل **[الحمداني، 2007] [Rao,2009]** .

7- خوارزمية أمثلة سرب الطيور Particle Swarm Optimization (PSO)

إذا كان لدينا مسألة التعظيم غير المقيدة الآتية :

$$\begin{aligned} &Maximize\ f(X) \\ &X^{(l)} \le X \le X^{(u)} \end{aligned} \qquad \text{..........}(34)$$

إذ إن $X^{(l)}$ و $X^{(u)}$ يمثلان الحدود العليا والدنيا للمتجه X على التوالي. فإن خطوات خوارزمية *PSO* يمكن تنفيذها على الشكل الآتي :

1- نفرض أن حجم السرب (عدد الجسيمات في السرب) يرمز له بالرمز N ، لتخفيض عدد التقييمات لدالة الهدف اللازمة لإيجاد الحل، فيجب أن يكون حجم السرب صغيراً، وفي هذه الحالة يستغرق إيجاد الحل الأمثل وقتاً أطول، وعادة ما يكون حجم السرب بين 20 و30 جسيم كحل وسطي.

2- توليد المجتمع الابتدائي لـ X في المدى $[X^{(l)}, X^{(u)}]$ عشوائياً مثل $X_1, X_2, \dots\dots, X_N$ ، بعد ذلك لغرض الملائمة فإن موقع الجسيم j وسرعته في التكرار i تمثل $X_j(i)$ و $V_j(i)$ على التوالي، ولذا فإن الجسيمات المولدة في البداية يرمز لها بـ $X_1(0), X_2(0), \dots\dots, X_N(0)$. إذ إن المتجهات $X_j(0)\ , j = (1,2,\dots\dots,N)$ يطلق عليها الجسيمات أو متجهات إحداثيات الجسيمات،

بعد ذلك يتم حساب قيم دالة الهدف المقابلة للجسيمات مثل $f[X_1(0)], f[X_2(0)],......., f[X_N(0)]$.

3- إيجاد سرعة الجسيمات، إذ إن الجسيمات جميعها تتحرك إلى النقطة المثلى باستخدام سرعتها، وفي البداية تكون سرع الجسيمات جميعها صفرية ونضع عداد التكرار $i=1$.

4- في التكرار i ، نجد المعلمتين المهمتين الآتيتين والمستخدمة من الجسيم j :

أ- أفضل موقع محلي للجسيم.

ب- إيجاد سرعة الجسيم j في التكرار i وعلى النحو الآتي:

$$V_j(i)=V_j(i-1)+c_1 r_1\left[P_{best}-X_j(i-1)\right]+c_2 r_2\left[G_{best}-X_j(i-1)\right] \quad , j=1,2,.....N \quad ....(35)$$

إذ إن:

$V_j(i)$: تمثل سرعة الجسيم j في التكرار i .

c_1, c_2: معاملات التسارع وعادة ما يأخذان القيمة 2.

r_1, r_2: تمثل قيماً عشوائية تقع ضمن المجال $(0,1)$.

P_{best} : تمثل أفضل موقع للجسيم الحالي من السرب.

G_{best}: تمثل أفضل موقع للجسيم ضمن السرب كله.

جـ- نجد الموقع أو الاحداثي للجسيم j في التكرار i في الآتي :

$$X_j(i)=X_j(i-1)+V_j(i) \quad , j=1,2,.....N \quad ....(36)$$

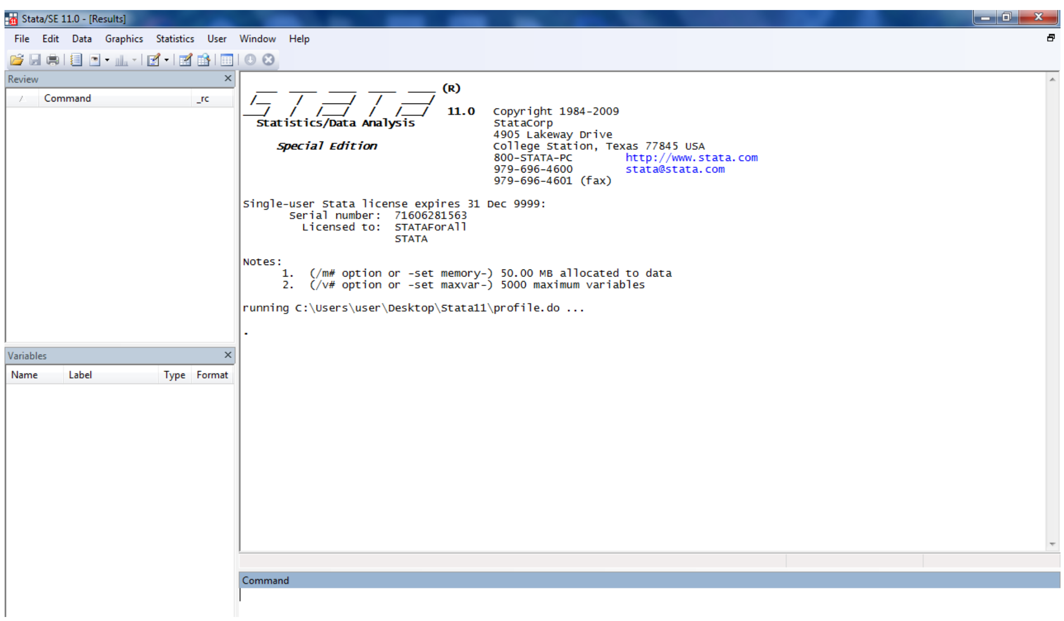
بعد ذلك يتم حساب قيم دالة الهدف المقابلة للجسيمات $f[X_1(i)], f[X_2(i)],......., f[X_N(i)]$.

5- يتم فحص التقارب للحل الحالي، فإذا كانت مواقع الجسيمات جميعها تقترب إلى مجموعة القيم نفسها، فهذا يعني حصول التقارب، أما إذا لم يتحقق معيار التقارب تعاد الخطوة 4 وذلك بتحديث عداد التكرارات ليكون $i=i+1$ وحساب قيم جديدة لـ P_{best} و G_{bes} . تستمر العملية التكرارية حتى تقترب الجسيمات جميعها إلى الحل الأمثل نفسه **[Bai,2010] [Rao,2009]** .

8- الجـانب التطـبيقـــي Application

لغرض تطبيق الخوارزميات التي تم التطرق إليها في هذا البحث في تقدير معلمات الانحدار المبتور فقد تم أَخذ بيانات المصدر [إسماعيل،2012] ، الخاصة بدراسة عدد المتغيرات المؤثرة في نتيجة امتحان قيادة الحاسوب IC3. إذ تمت دراسة متغير الاستجابة y_i والمتمثل بدرجة الامتحان في جزء تطبيقات الحاسوب ، وتأثير ثلاثة متغيرات توضيحية هي درجة الامتحان في أساسيات الحاسوب وتخصص الممتحن حسب الدراسة في الجامعة ، ومشاركة الممتحن بالدورات.

تم في البداية إجراء تحليل التباين للمتغيرات باستخدام البرنامج Stata11 وكما هو موضح في الجدول (1) إذ يعد هذا البرنامج من البرامج الإحصائية المتخصصة في إجراء التحاليل الإحصائية والشكل (2) يوضح واجهة البرنامج.



الشكل (2) يوضح الواجهة الرئيسة للبرنامج Stata 11

```
. regress Y X1 X2 X3

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      60
-------------+------------------------------           F(  3,    56) =   29.88
       Model |  1205333.64     3  401777.88            Prob > F      =  0.0000
    Residual |  753097.209    56  13448.1644           R-squared     =  0.6155
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5949
       Total |  1958430.85    59  33193.7432           Root MSE      =  115.97

------------------------------------------------------------------------------
           Y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          X1 |   .7732579   .1375375     5.62   0.000     .4977371    1.048779
          X2 |  -78.41463   33.16091    -2.36   0.022    -144.8439   -11.98534
          X3 |  -93.64238   32.29789    -2.90   0.005    -158.3428   -28.94194
       _cons |   186.3118    108.942     1.71   0.093    -31.92526    404.5489
------------------------------------------------------------------------------
```

الجدول (1) يوضح نتائج تحليل التباين للمتغيرات

ولغرض تطبيق نموذج الانحدار المبتور على البيانات فقد تم بتر مشاهدات متغير الاستجابة y_i (درجة الامتحان في جزء تطبيقات الحاسوب) من جهة اليمين ، دراسة حالة الفشل في الامتحان إذ إن نقطة البتر هي 800 وتمثل درجة النجاح في الامتحان أي $(y_i < 800)$، ولتقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور فقد تم تطبيق ثلاث خوارزميات هي:

<u>خوارزميـــــة BFGS :</u>

باستخدام البرنامج الحاسوبي Stata11 وباختيار خوارزمية BFGS وبعد اثنين وعشرين تكراراً تم التوصل إلى الحل الأمثل والحصول على القيم المثلى لمعلمات نموذج الانحدار المبتور بمقدار خطأ 0.0000000001 والجدول (2) يوضح نتائج تنفيذ هذه الخوارزمية.

```
. truncreg Y X1 X2 X3, ul(800) technique(bfgs) ltolerance(1e-10)
(note: 14 obs. truncated)

Fitting full model:

Iteration 0:   log likelihood = -278.72146
Iteration 1:   log likelihood = -278.24722  (backed up)
Iteration 2:   log likelihood =  -278.2394
Iteration 3:   log likelihood = -278.20386
Iteration 4:   log likelihood = -277.95444
Iteration 5:   log likelihood = -277.94104
Iteration 6:   log likelihood = -277.93853
Iteration 7:   log likelihood = -277.91419
Iteration 8:   log likelihood = -277.77947
Iteration 9:   log likelihood = -277.63187
Iteration 10:  log likelihood = -277.62067
Iteration 11:  log likelihood = -277.62065
Iteration 12:  log likelihood = -277.62065
Iteration 13:  log likelihood = -277.62048
Iteration 14:  log likelihood = -277.61984
Iteration 15:  log likelihood = -277.61971
Iteration 16:  log likelihood = -277.61971
Iteration 17:  log likelihood =  -277.6197
Iteration 18:  log likelihood = -277.61958
Truncated regression
Limit:   lower =       -inf                      Number of obs =      46
         upper =        800                      Wald chi2(3)  =   30.05
Log likelihood = -277.61722                      Prob > chi2   =  0.0000
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
X1	.8167786	.2169142	3.77	0.000	.3916345	1.241923
X2	-60.87692	46.50281	-1.31	0.190	-152.0208	30.26692
X3	-133.9615	49.2789	-2.72	0.007	-230.5464	-37.37666
_cons	180.2056	155.0534	1.16	0.245	-123.6935	484.1048
/sigma	126.774	17.84975	7.10	0.000	91.78909	161.7588

جدول (2) يوضح نتائج تنفيذ خوارزمية BFGS باستخدام البرنامج Stata11

خوارزميـــــة PSO :

وباستخدام البرنامج (Matlab 7.11 (R2010b تمت برمجة خطوات هذه الخوارزمية والموضحة في الفقرة 7 ، الهدف الأساسي من هذه العملية هو إيجاد القيم المثلى لمعلمات نموذج الانحدار المبتور ، التي تعظم دالة الإمكان الموضحة في المعادلة (28)، إذ يتم تهيئة خوارزمية PSO بمجموعة من العناصر العشوائية ، ثم البحث عن الحل الأفضل عبر تحديث هذه الأجيال. وفي كل تكرار يتم تحديث كل عنصر من العناصر ضمن المجموعة عبر اتباع القيم المثلى لهذه العناصر والمتمثلة بإيجاد قيمة P_{best} (أفضل موقع للجسيم الحالي من السرب) و G_{best} (أفضل موقع للجسيم ضمن السرب كله)، وبعد إيجاد هذه القيم تُعدل العناصر سرعتها وموقعها حسب المعادلتين (35) و(36)، والجدول (3) يوضح نتائج تنفيذ هذه الخوارزمية.

Method	σ^2	β_0	β_1	β_2	β_3	Log likelihood
PSO	16071.06325	180.14959	0.81683	-60.90419	-133.90419	-277.60796

الجدول (3) القيم المثلى لمعلمات نموذج الانحدار المبتور الناتجة من تنفيذ خوارزمية PSO

الخوارزميـــــة المقتـــرحـــــة (BFGS-PSO) Proposed Algorithm

تم في هذه الخوارزمية الربط بين خوارزمية الامثلية التقليدية والمتمثلة بخوارزمية BFGS مع خوارزمية أمثلة سرب الطيور PSO (BFGS-PSO) ، إذ تم في هذه الخوارزمية استخدام العشوائية والسرعة لخوارزمية أمثلة سرب الطيور في إيجاد حجم الخطوة الأمثل (λ) (Optimal step size) في كل تكرار، وعدّت قيم المعلمات قبل البتر كقيم ابتدائية لخوارزمية BFGS، وببرمجة خوارزمية BFGS-PSO باستخدام البرنامج (Matlab 7.11 (R2010b وبعد ثمانية عشر تكراراً تم التوصل إلى القيم المثلى لمعلمات نموذج الانحدار المبتور وبمقدار خطأ 0.00000000001 والجدول (4) يوضح نتائج تنفيذ الخوارزمية المقترحة. أما آلية عمل هذه الخوارزمية فيمكن توضيحها بالخطوات الآتية:

الخطوة الأولى: نبدأ بنقطة ابتدائية X_1 ومصفوفة متماثلة موجبة التعريف $[H_1]=[I]$ قياسها $(n*n)$ إذ إن n تمثل أبعاد المسألة ، ونضع عداد التكرار $k=1$.

الخطوة الثانية: حساب انحدار الدالة $\nabla f(x_k)$ عند النقطة X_k ، وحساب اتجاه البحث للنقطة X_k ، $d_k = -[H_k]\nabla f(x_k)$.

الخطوة الثالثة: إيجاد حجم الخطوة الأمثل (λ_k) إذ إن $X_{k+1} = X_k + \lambda_k d_k$ ، ولإيجاد قيمة (λ_k) فإنه يتم حساب $f(X_{k+1})$ التي تكون دالة في (λ_k) وفي هذه المرحلة نبدأ بتطبيق خوارزمية سرب الطيور وكالآتي:

1. اختيار حجم السرب (عدد الجسيمات في السرب) N .
2. توليد مجتمع ابتدائي لـ λ ، وهذه الجسيمات المولدة يرمز لها $\lambda_1(0), \lambda_2(0), ..., \lambda_N(0)$ يتم بعد ذلك حساب قيم دالة الهدف المقابلة لهذه الجسيمات $f[\lambda_1(0)], f[\lambda_2(0)], ..., f[\lambda_N(0)]$.
3. إيجاد سرعة الجسيمات وفي البداية تكون سرع الجسيمات مساوية للصفر، ونضع عداد التكرار $i = 1$.
4. في التكرار i نجد P_{best} و G_{best} بعد ذلك يتم إيجاد سرعة الجسيم j في التكرار i من المعادلة الآتية:

$$V_j(i) = V_j(i-1) + c_1 r_1 [P_{best} - \lambda_j(i-1)] + c_2 r_2 [G_{best} - \lambda_j(i-1)] \quad , j = 1,2,.....N$$

يتم أيضا إيجاد الموقع للجسيم j في التكرار i من المعادلة الآتية:

$$\lambda_j(i) = \lambda_j(i-1) + V_j(i) \qquad , j = 1,2,.....N$$

بعد ذلك يتم حساب قيم دالة الهدف المقابلة للجسيمات $f[\lambda_1(i)], f[\lambda_2(i)], ..., f[\lambda_N(i)]$.

5. يتم فحص التقارب للحل الحالي، فإذا لم يتحقق معيار التقارب تعاد النقطة (4) ، وذلك بتحديث عداد التكرارات ليكون $i = i + 1$ إلى أن يتم يتحقق التقارب والتوصل إلى القيمة المثلى لـ λ .

الخطوة الرابعة: اختبار النقطة X_{k+1} للامثلية ، فإذا كان $\|\nabla f(X_{k+1})\| \le \varepsilon$ توقف، وإلا أذهبْ إلى الخطوة الخامسة.

الخطوة الخامسة: تحديث المصفوفة $[H]$ بتطبيق الصيغة الآتية:

$$[H_{k+1}] = [H_k] + \left(1 + \frac{y_k^T [H_k] y_k}{v_k^T y_k}\right) \frac{v_k v_k^T}{v_k^T y_k} - \frac{v_k y_k^T [H_k]}{v_k^T y_k} - \frac{[H_k] y_k v_k^T}{v_k^T y_k}$$

where

$$v_k = X_{k+1} - X_k$$

$$y_k = \nabla f_{k+1} - \nabla f_k$$

الخطوة السادسة: يتم تحديث عداد التكرار $k = k + 1$ وتعاد الخطوة الثانية.

iteration	σ^2	β_0	β_1	β_2	β_3	Log likelihood
0	13448.1644	186.3	0.7733	-78.41	-93.64	-278.3725
1	13448.1644	186.3000	0.7749	-78.401	-93.6400	-278.3710
2	13448.1902	186.0616	0.7765	-76.6250	-96.7140	-278.2773
3	13448.441	183.6578	0.7921	-58.6341	-127.7005	-277.8289
4	13448.4499	183.6560	0.7929	-58.6229	-127.7222	-277.8286
5	13448.4500	183.6619	0.7929	-58.6587	-127.6521	-277.8286
6	13448.4855	183.6917	0.7925	-58.4509	-127.5597	-277.8283
7	13448.7084	183.8794	0.7904	-57.1406	-126.9798	-277.8275
8	13448.7131	183.8788	0.7904	-57.1396	-126.9752	-277.8275
9	13448.9205	183.8169	0.7905	-57.1335	-126.9670	-277.8275
10	13494.2788	170.3296	0.8084	-55.4721	-125.0907	-277.8228
11	13494.7835	170.1855	0.8085	-55.4434	-125.0789	-277.8228
12	13497.0218	170.2007	0.8085	-55.4418	-125.0919	-277.8223
13	16054.4395	182.9441	0.8123	-60.5405	-134.5735	-277.6083
14	16067.8517	180.0977	0.8168	-60.8211	-133.9608	-277.6080
15	16071.3334	180.2102	0.8167	-60.8782	-133.9606	-277.6080
16	16071.6275	180.2052	0.8167	-60.8769	-133.9613	-277.6080
17	16071.6339	180.2057	0.8167	-60.8769	-133.9615	-277.6080
18	16071.6336	180.2056	0.8167	-60.8769	-133.9614	-277.6080

الجدول (4) يوضح القيم المثلى لمعلمات نموذج الانحدار المبتور الناتجة من تنفيذ الخوارزمية المهجنة BFGS-PSO

Method	σ^2	β_0	β_1	β_2	β_3	Log likelihood
BFGS	16071.647076	180.2056	0.8167786	-60.87692	-133.9615	-277.61722
PSO	16071.06325	180.14959	0.81683	-60.90419	-133.90419	-277.60796
BFGS-PSO	16071.6336	180.2056	0.8167	-60.8769	-133.9614	-277.6080

الجدول (5) يوضح نتائج تقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور

9- الاســــتنتاجات Conclusions

1- بمقارنة النتائج الموضحة في الجدول (2) مع النتائج الموضحة في الجدول (4) نلاحظ أن الخوارزمية المقترحة (BFGS-PSO) أفضل من خوارزمية BFGS إذ استطاعت هذه الخوارزمية التوصل إلى الحل الأمثل بأقل عدد من التكرارات.

2- يمكن القول بشكل عام أن خوارزمية أمثلة سرب الطيور ، التي هي إحدى تقنيات ذكاء الأسراب من الخوارزميات سهلة التطبيق والتنفيذ ، وتمتاز بتقاربها السريع مقارنة مع الخوارزميات الأخرى ، بالإضافة إلى عدم حاجتها لحساب المشتقات مقارنة مع طرائق الامثلية التقليدية ، التي تتطلب حساب المشتقات الجزئية في كل تكرار.

3- من الجدول (5) نلاحظ أن القيم المثلى التي تم التوصل إليها لجميع الخوارزميات المستخدمة في هذا البحث متقاربة.

10- التـوصيـــــات

1- تقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور باستخدام طرائق شبه معلمية ومقارنتها مع الطرائق المعلمية.

2- تقدير معلمات نموذج الانحدار المبتور باستخدام خوارزمية امثلة مستعمرة النمل (ACO) ومقارنتها مع خوارزمية أَمثلة سرب الطيور (PSO) والخوارزمية المهجنة (BFGS-PSO).

11- المصــــادر References

1. اسماعيل، احمد محمد زكي، (2012). " ***استخدام عدد من المقاييس الاحصائية الشائعة في اختيار افضل انموذج انحدار متعدد بالتطبيق على درجة اختبار IC3***" ، رسالة دبلوم، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.

2. الحمداني، لمياء جاسم محمد، (2007). "***بناء نموذج رياضي لمسألة هندسية(مدرجات ملعب جامعة الموصل) باستخدام شبيهة خوارزمية نيوتن والمنطق المضبب***"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
3. ديبطة، دلير مصطفى خضر،(2007). "***التقدير العددي لمعلمات توزيعي طاما والأسي المبتور***"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
4. المشهداني، محمد حامد عبد الرحيم، (2011). "***التقصّي في التنقيب عن محتوى الشبكة العنكبوتية باستخدام خوارزمية أَمثَلَة عناصر السرب (PSO) وأَمثَلَة مستعمرة النمل(ACO)***"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
5. النعيمي، محمد عبد العال وآخرون، (1999). "***مقدمة في بحوث العمليات***"، الطبعة الأولى، دار وائل للطباعة والنشر، عمان.
6. Bai Q., (2010). ***"Analysis of particle swarm optimization algorithm"***, Computer and information science, Vol. 3, No. 1, p.p. 180-183.
7. Demaris A., (2004). ***"Regression with social data modeling continuous and limited response variables"***, A John Wiley & Sons, Inc., Publication.
8. Green W.,(2003). ***"Econometric analysis"***, Printed in the USA, Fifth Edition.
9. Heij C., De Boer P., Franses P., Kloek T.,Van Dijk H., (2004). ***"Econometric methods with applications in business and economics"***, Oxford university press.
10. Premalatha K. & Natarajan A. M., (2009). ***"Hybrid PSO and GA for global maximization"***, Int. J. Open problems compt. Math.,Vol. 2, No. 4, p.p. 597-608.
11. Rao S.S., (2009). ***"Engineering Optimization Theory and Practice"***, John Wiley and Sons, Inc. 4th ed.