المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (18) 2010
ص ص [91–116]

المنطق المضبب لنموذج سلسلة زمنية غير المراوحة مع التطبيق

فاضل عباس الطائي* نجلاء سعد ألشرابي**

الملخص

يتلخص البحث في دراسة السلسلة الزمنية غير المستقرة وإمكانية إدخال المنطق المضبب عليها وذلك لتحسين أساليب التكهن (التنبؤ). فقد تـم ربـط السلسلة الزمنية غير المستقرة (نموذج الانحدار الذاتي والمتوسـط المتحـرك المختلطة المندمجة) مع المنطق المضبب وذلك للحصول على تقدير معلمـات نموذج سلسلة زمنية مضببة (نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركـة المختلطة المندمجة المضببة). وتم تطبيق ذلك على بيانات المعدلات الشهرية لمشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار) للمـزاد اليـومي فـي البنـك المركزي العراقي, وقد أعطى نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المتكاملة المضببة للسلاسل الزمنية تنبؤات أكثر ملاءمة مـن تلـك التي قدمها نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المندمجة.

Fuzzy Logic of Non-Stationary Time Series Models with an Application

Abstract:

This research is dedicated to study non-stationary time series , and the ability of using fuzzy logic in order to improve forecasting. The non-stationary time series (Mixed autoregressive and moving average model) has been linked with fuzzy logic in order to get on the parameters of fuzzy time series models (Fuzzy mixed autoregressive and moving average model), and applied on monthly purchases rates data and foreign currency sales (Dollar) for the daily bid of Iraqi central bank. The fuzzy mixed

---

* استاذ مساعد/قسم الاحصاء والمعلوماتية/كلية علوم الحاسوب والرياضيات
** ماجستير/ قسم الاحصاء والمعلوماتية/كلية علوم الحاسوب والرياضيات

تاريخ التسلم : 10 /1 /2010 ـــــــــــــــــــــــ تاريخ القبول : 4/21 /2010

autoregressive and moving average model for time series gave more appropriation forecasting than the forecasting given by fuzzy mixed autoregressive and moving average model

المقدمة:

منذ مطلع العقد السابع من القرن العشرين برز موضوع تحليل السلسلة الزمنية Time Series Analysis بوصفه أحد المواضيع الحيوية في شتى المستويات وقد اتسعت تطبيقات هذا الموضوع فلا نجد مجالا علميا أو تقنيا أو أدبيا يخلـو منـه. ويعزى الاهتمام الكبير بموضوع السلاسل الزمنية إلى الحاجة الماسة الى نظام تنبؤ موثوق به يمكن الاعتماد عليه في تفسير الكثير من الظواهر في مختلف مجـالات الحياة وهذا النظام ألتنبئي يتطلب بناء نماذج دقيقة تسمى نماذج الـسلاسل الزمنيـة التي تصف العلاقة بين المتغيرات.

يعد نموذج المنطق المضبب تقنية تتمتع بقدرة آلية في أيجـاد الحلـول للمـشاكل المختلفة العلمية والتطبيقية وهذه من أحد الدوافع التي دفعت العلماء الـى تطـوير المنطق المضبب. وان نظرية المجموعات المـضببة Fuzzy sets Theory هـي أساس المنطق المضبب التي تتعامل مع المسائل التي تتضمن لاتاكدية لغوية نتيجـة الغموض في بعض المصطلحات اللغوية. ففي ستينات القرن الماضي وبالتحديد في عام (1965) طور العالم الأمريكي الأذربيجاني الأصل "لطفي زادة" مـن جامعـة كاليفورنيا أسلوبا لغويا للتعامل مع المعلومات اللغوية الغامضة المبنية على أسـاس المجموعات المضببة والمنطق المضبب فمع تطور الحاسبات والبرمجيات نـشأت الرغبة في اختراع أو برمجة أنظمة تمكننا من التعامل مع معلومات غير دقيقة على غرار الإنسان لكن هذا ولد مشكلة اذ إن الحاسوب لا يمكنه التعامل إلا مع معطيات دقيقة ومحددة، وقد نتج عن هذا التوجه ما يعرف بالأنظمـة الخبيـرة أو الـذكاء الاصطناعي. يعد علم المنطق المضبب إحدى النظريات التي يمكن من خلالها بناء مثل هذه الأنظمة [ويكيبدي الموسوعة الحرة ,2004].

وانطلاقا من فكرة التنبؤ بالسلاسل الزمنية فأن الإحصائي الماهر ربما يرغب في صياغة نماذج رياضية للمشكلة المراد درستها بأفضل حال ممكن, لذا تم اللجـوء إلى استخدام التقنيات الحديثة بربط السلاسل الزمنية (نمـوذج الانحـدار الـذاتي

والمتوسطات المتحركة المختلطة المندمجـة) بالاعتمـاد علـى مفـاهيم نظريـة المجموعات المضببة لذا يُطلق عليها نماذج ARIMA المضببة.

2. السلسلة الزمنية: Time Series

السلسلة الزمنية هي مجموعة من البيانات المرتبطة فيما بينهـا المـسجلة لظاهرة ما خلال فترة زمنية معينة غالبا ما تكون متساوية ومتتالية لبعض الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها. وتعرف السلسلة الزمنية رياضيا بأنها متتابعة من المتغيرات العشوائية المعتمدة معرفة ضمن فضاء الاحتمالية المتعددة المتغيـرات ومؤشرة بالدليل (t) والذي يعود إلى مجموعة دلياتيه (T) ويرمز للسلسلة الزمنية عادة بالرمز $\{Z(t), t \in T\}$ أو اختصارا Z(t).[فاندل، 1992]

(2-1) السلاسل الزمنية المراوحة: Stationary Time Series

إن مسالة الاستقرارية وعدم الاستقرارية للبيانات مهمة في تحليـل الـسلاسل الزمنية وكذلك في إيجاد النموذج الرياضي المناسب لها, يقصد بالاسـتقرارية أن البيانات متذبذبة حول وسط حسابي ثابت وبشكل مستقل عن الزمن وكذلك التبـاين يكون ثابتا عبر الزمن. وتتحقق استقرارية السلسلة الزمنية عندما ينعـدم الاتجـاه العام فيها. إن شرط السكون بالرغم من عدم واقعيته في العديد من التطبيقـات إلا انه شرط يوضع لغرض تسهيل التعامل الرياضي مع السلاسل الزمنية. إن عمليـة السلسلة الزمنية (z_t) تكون مستقرة إذا تحققت الشروط الاتيـة:- [Hamilton, 1994]

1* ثبات الوسط الحسابي:

$$E[Z_t] = \mu \qquad \forall t \in T \qquad \dots(1)$$

2* ثبات التباين:

$$Var[Z_t] = E[(Z_t - \mu)^2] = \sigma_z^2 \qquad \forall t \in T \qquad \dots(2)$$

3* اعتماد الارتباط الذاتي على (t-s) بمعنى يعتمد فقط على الفجوة الزمنية بينهما وليس على (t) أو (s) (بافتراض أن t > s):

$$E[(Z_t - \mu)(Z_s - \mu)] = \rho_{t-s} \qquad \dots(3)$$

(2-2) الارتباط الذاتي في السلاسل الزمنية: Autocorrelation in Time Series

الأدوات الإحصائية المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية هي دالة الارتباط الذاتي إذ يمكن توضيح هذه الدالة على أساس كونها تمثل الارتباط بين المشاهدات المتسلسلة للمتغير نفسه خلال فترة زمنية [المعماري, 2004]. ومضمون الارتباط الذاتي هو كون المتغير العشوائي الذي يحدث خلال فترة زمنية معينة يرتبط بالمتغير العشوائي الذي يسبقه أو يأتيه، أي ارتباط السلسلة مع نفسها أو تزحيفها بمقدار (1,2,3,…) فترة، والصيغة العامة للارتباط الذاتي للسلسلةالمراوحة هي: [Wei ,1990]

$$\rho_k = \frac{E(Z_t - \mu_z)(Z_{t+k} - \mu_z)}{E(Z_t - \mu_z)^2} \qquad \ldots(4)$$

حيث أن ρ_k يمثل الارتباط الذاتي بإزاحة مقدارها k .

(2-3) الارتباط الذاتي الجزئي في السلاسل الزمنية:

Partial Autocorrelation in Time Series

يستخدم في قياس درجة الارتباط بين Z_{t-k} و Z_t عندما يكون تأثير الزمن التباطئي (Time lags) (1,2,…,k-1) قد أزيل. ويعرف الارتباط الذاتي الجزئي كما يأتي:

$$\phi_{11} = r_1 \qquad \ldots(5)$$

$$\phi_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1}\ r_{k-1,j}\ r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\ r_j} \qquad \ldots(6)$$

إذ أن

$$\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk}\ \phi_{k-1,k-j} \qquad \ldots.(7)$$

(2-4) نماذج السلاسل الزمنية: Time Series Models

ان الأهداف الرئيسية لبناء نماذج السلاسل الزمنية هي القدرة علـى التنبـؤ أو التكهن بقيم السلسلة الزمنية في أزمنة المستقبل مع تقييم دقة ذلك التنبؤ. وفيما ياتي أنواع نماذج السلاسل الزمنية اللاموسمية الشائعة:

1* نموذج الانحدار الذاتي: Autoregressive Model (AR)

أن الهدف من تحليل نماذج السلاسل الزمنية هو الوصول إلى النموذج الرياضي الذي يمثل البيانات وان نموذج الانحدار الذاتي هو أحد النماذج المهمة لتحقيق هذا الهدف ومن العلماء الأوائل الذين قاموا بدراسة نموذج الانحدار الذاتي AR(P) هو العالم Yule في عام (1926) وكمل طريقه إلى النموذج العام لنمـاذج الانحـدار الذاتي هو العالم Walker في عام (1931)[الصفاوي والطائي،2003]. والصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة (p) الذي يرمز له اختصاراً AR(P) هي:-

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \cdots + \varphi_P Z_{t-P} + a_t \qquad \ldots(8)$$

إذ أن Z_t: تمثل المشاهدة الحالية وهي انحراف القيم عن وسطها الحسابي.

a_t: تمثل الخطأ العشوائي يتوزع طبيعيا بوسط حسابي صفر وتباين σ_a^2 ثابت.

$\varphi_1, \ldots\ldots\ldots\ldots, \varphi_p$: هي معلمات الانحدار الذاتي التي يجب تقديرها.

أن معادلة الانحدار الذاتي من الرتبة P هي معادلة انحدار متعدد ولكن تختلف عن معادلة الانحدار الاعتيادي لان المتغيرات المفسرة تمثل القـيم الـسابقة لمتغيـر الاستجابة Z_t لذا تسمى هذه الصيغة بالانحدار الذاتي إذ يصف AR العلاقة بـين المشاهدات السابقة والحالية [Wei, 1990].

2* نموذج المتوسط المتحرك: Moving Average Model (MA)

في عام (1937) قام الباحث Stutzky بدراسة نماذج المتوسـطات المتحركـة حيث يقال للعملية التصادفية $\{Z_t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots\}$ بأنها عملية أوسـاط متحركـة

برتبـة q **(Moving Average of Order q)** ويرمـز لهـا بالرمز MA(q) , إذا كانت تحقق المعادلة الاتية:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \qquad \ldots(9)$$

$-\theta_1 - \ldots - \theta_q$: تمثل معلمات المتوسطات المتحركة الواجب تقديرها أي ان قيمة المشاهدة في الفترة الحالية تعتمد على الأخطاء العشوائية للفترات السابقة والفترة الحالية.

3* نموذج الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك المختلط

Autoregressive & Moving Average Models (ARMA) Mixed

في عام (1938) قام الباحث Wold بتطوير هذين النموذجين بسلـسلة مـن العمليات إلى ثلاثة اتجاهات في أجراء التقدير وسماها بعمليات نمـاذج الانحـدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطـة Mixed Autoregression Moving Average Models باعتبارها الصيغة التي يتم فيها تمثيل القيمة الحالية للسلـسلة بدلالة القيم السابقة للسلسلة والقيم الحالية والسابقة للخطأ العشوائي حيث يرمز لهـا برمز **ARMA**(p,q) ويعبر عنه بالصيغة آلاتية:

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \cdots + \varphi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \qquad \ldots(10)$$

4* النماذج المختلطة المندمجة:

Autoregressive Integrated Moving Average Models (ARIMA)

في عام (1976) قام كل من Box & Jenkins بوصف النماذج علـى نحـو شامل ووضعوا معا أسلوب أو نهج المعلومات المرتبطة بفهم الاستقرارية ومعالجتها في البيانات، وتوصلوا إلى النموذج المسمى بنماذج الانحدار الذاتي والمتوسـطات المتحركة المختلطة المتكاملة [الصفاوي والطائي ,2003]. ففي حالة كون السلسلة غير مستقرة يمكن تحويلها إلى سلسلة مستقرة بأخذ الفروق من الدرجة d (d=1,2) وهذا النموذج يعوض عن دراسة سائر النماذج، ويرمز له وبصورة عامة بـالرمز ARIMA(p,d,q) وتشير الحروف بين الأقواس إلى رتبة الانحدار الذاتي وعـدد

الفروق لتحقيق الاستقرارية ورتبة المتوسطات المتحركة علـى التـوالي ويكـون بالصيغة الآتية:

$$\varphi(B)(1-B)^d z_t = \theta(B)a_t \qquad \ldots(11)$$

ولتكن $w_t = (1-B)^d z_t$

فالمعادلة (11) تصبح بالشكل الآتي:

$$\varphi(B)w_t = \theta(B)a_t \qquad \ldots(12)$$

إذ أن:

$$\varphi(B) = 1-\varphi_1 B-\varphi_2 B^2 - \ldots\ldots - \varphi_P B^p$$

$$\theta(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2 - \ldots\ldots - \theta_q B^q$$

وكثير من السلاسل الزمنية غير مستقرة بسبب احتوائها على الاتجاه العام والتذبذبات غير المنتظمة مما يجعل لها عدة أوساط تتذبذب حولها البيانات، ويتم تحويل السلسلة الزمنية غير مستقرة إلى سلسلة زمنية مستقرة بأخذ الفروق المناسبة.

3. مفاهيم في نظرية المجموعات المضببة

(3-1) المجموعة المضببة: Fuzzy Set

وهي المجموعة التي تمتلك عناصـرها درجـة عـضوية مـستمرة اذ أن هـذه المجموعة تم تمييزها بدالة عضوية التي خصصت لكل عنصر درجـة عـضوية مداها بين الصفر والواحد. لتكن X مجموعة شاملة تحتوي على جميـع العناصـر التي تهتم بالتطبيقات الحالية والتي يرمز لها x ولتكن A مجموعة جزئية مـضببة من X فالدالة المميزة (الدالة العضوية) من A هي دالة في X تكتب $\mu_A(x)$ وتأخذ قيم حقيقية ضمن الفترة [0,1] [Bector, 2005].

(3-2) المجموعة الهشة: Crisp Set

تسمى بالمجموعة الكلاسيكية أو المجموعة البسيطة يقصد بها مجموعة أشياء واضحة المعالم وهذه الأشياء تسمى بالعناصر او الأعضاء في المجموعـة [Buckley, 2002]. وتأخذ إحدى القيمتين (1) عند انتماء عنصر معين للمجموعة و (0) عند عدم انتماء عنصر معين للمجموعة وسـميت بمـصطلح المجموعـة الهـشة

لتمييزها من المجموعة المضببة في مفاهيم المجموعات المضببة[2005 ,Bector].

$$\mu_A : x \to [0,1]$$

$$\mu_A(x) = \begin{Bmatrix} 0 & \text{if} & x \notin A \\ 1 & \text{if} & x \in A \end{Bmatrix} \qquad \ldots.(13)$$

(3-3) درجة العضوية: Membership degree

هي مقدار انتماء عنصر ما إلى المجموعة المضببة وتكون هذه الدرجة محصورة بين الصفر والواحد.

(3-4) دالة العضوية: Membership Function

هي الدالة التي بواسطتها يتم حساب درجة انتماء عنصر ما إلى المجموعة المضببة، أن كل مجموعة مضببة A معرفة لمجموعة شاملة X كدالة تناظر الدالة المميزة (Characteristic function) هذه الدالة تدعى دالة انتماء ويرمز للدالة بـ $\mu_A(x)$ وكل عنصر x في المجموعة الشاملة X تحدد له قيمة في الفترة المغلقة [0,1] إذ تميز درجة انتماء العنصر x في A [Klir et al., 1995].

(3-4-1) أنواع الدوال العضوية: Types of Membership Function

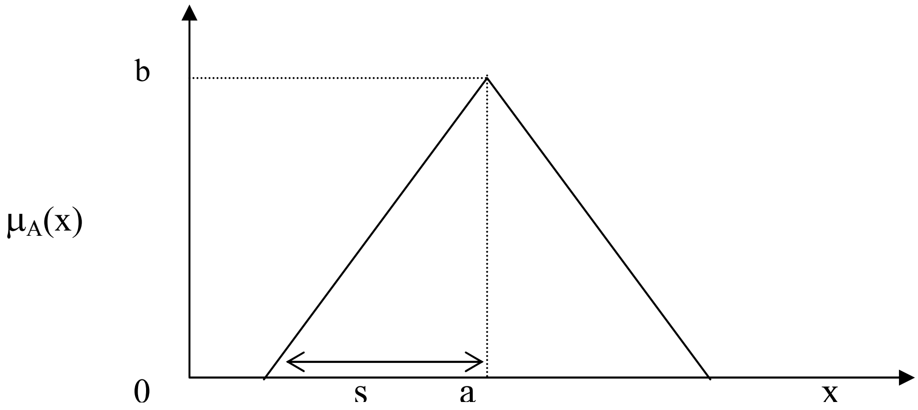
توجد ثلاثة أنواع من الدوال العضوية وهي: [Klir et al., 1995]

1- الدالة العضوية المثلثية: Triangular Membership Function

تتميز هذه الدالة بثلاثة معلمات a ،b , s كما في الشكل (1)، ويمكن تمثيلها بالصيغة الآتية:

$$\mu_{A(x)} = \begin{Bmatrix} b(1-\frac{|x-a|}{s}) & \text{when} & a-s \le x \le a+s \\ 0 & & \text{otherwise} \end{Bmatrix} \qquad \ldots.(14)$$

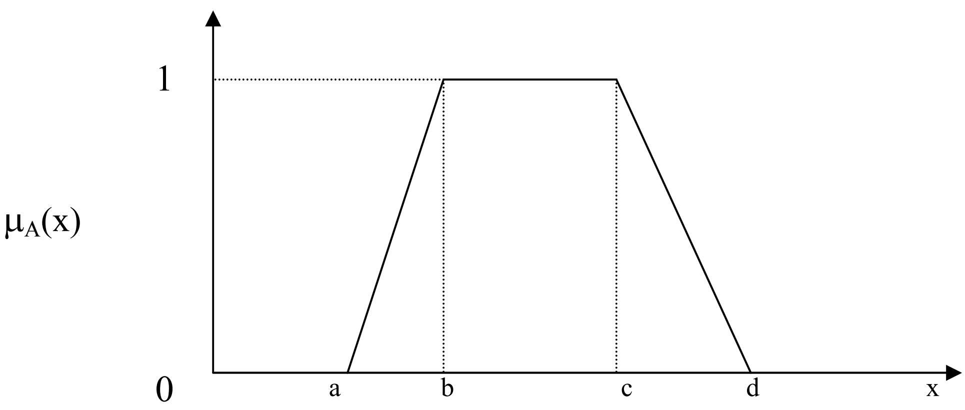
الشكل (1):الدالة المثلثية



2- دالة شبه المنحرف: Trapezoidal Membership Function

والشكل (2) يوضح دالة شبه المنحرف كما تتمثل بالصيغة الآتية:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{a-x}{a-b} & ; \quad a \le x \le b \\ 1 & ; \quad b \le x \le c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & ; \quad c \le x \le d \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \qquad \text{….(15)}$$

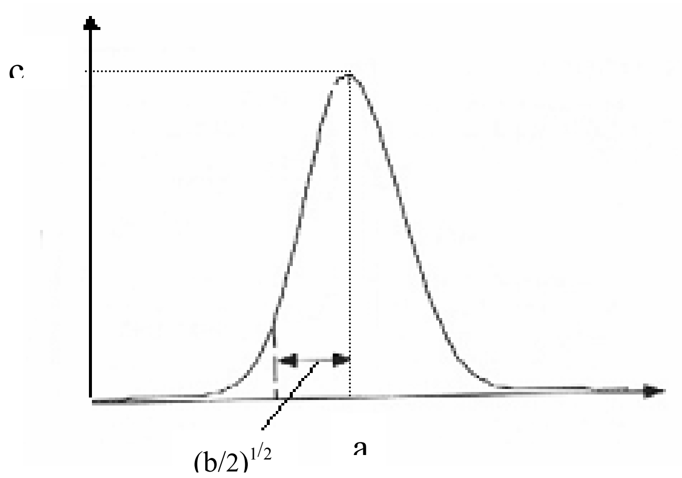


الشكل (2): دالة شبه المنحرف

3- دالة شكل الجرس: Bell-shaped Membership Function

وتسمى أيضا بالدالة الكاوسية Gaussian Function حيث الشكل (3) يوضح الدالة شكل الجرس وتمثل كما في الصيغة الاتية:

$$\mu_A(x) = ce^{-\frac{(x-a)^2}{b}} \qquad ; \qquad -\infty < x < \infty \qquad \ldots.(16)$$



الشكل (3): دالة شكل الجرس

(3-5) الأعداد المضببة: Fuzzy Numbers

الأعداد المضببة هي مجموعة جزئية ضبابية خاصة في الأعداد الحقيقيـة. أن المجموعة A التي تحتوي على الأعداد الحقيقية تسمى بالأعداد المضببة إذا حققـت الشروط الاتية:[Buckley , 2002]

1- الأعداد المضببة هي مجموعات مضببة(بمعنى core(A) للعدد المضبب هـو غير خال).

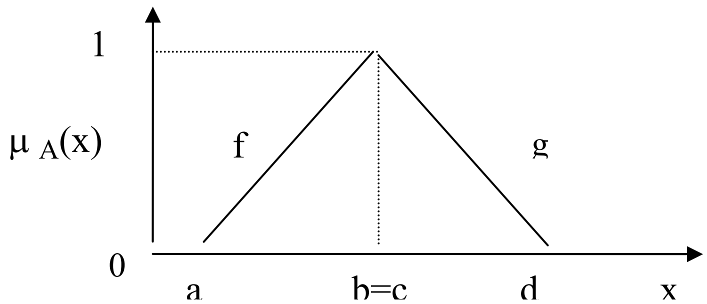
2- A^{α} للعدد مضبب هو فترة مغلقة للأعداد الحقيقية ولكل $\alpha \in (a,b]$.

3- المسند A للعدد مضبب هو فترة مفتوحة للأعداد الحقيقية (a,b) مقيد.

وان درجة العضوية للعدد المضبب تساوي الواحد عند القيمة المركزية وتتناقص من الواحد إلى الصفر في كلا جانبي القيمة المركزية. ومن ثم فكل عدد مضبب A يتوضح بواسطة دالة العضوية كما في الصيغة العامة الآتية:[Bector, 2005]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} f(x) & \text{for } x \in [a,b] \\ 1 & \text{for } x \in [b,c] \\ g(x) & \text{for } x \in [c,d] \\ 0 & \text{for } x < a \text{ and } x > d \end{cases} \qquad \ldots.(17)$$

إذ ($a \le b \le c \le d$) و $f(x)$ هي دالة مستمرة تتزايد إلى القيمة (1) عند النقطة (b) وان $g(x)$ هي دالة مستمرة تتناقص من القيمة (1) عند النقطة (c) كما مبين في الشكل (4).



الشكل (4): دالة مستمرة متزايدة عند (1)ومتناقصة عند (0) بشكل الدالة المثلثية.

يمكن تعريف العدد المضبب المتماثل بالدالة العضوية المثلثية كما في الـصيغة

$$\mu_{F^*}(B_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_i - B_i|}{Ci} & \text{if } \alpha_i - C_i \le B_i \le \alpha_i + C_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \ldots(18)$$

الآتية:

أن العدد B_i يرمز له (α_i, C_i) ومعرف بالصيغة الاتية:

$$\mu_{Bi}(b_i) = L((\alpha_i - b_i) / c_i) \qquad c_i > 0 \qquad \ldots(19)$$

4. السلاسل الزمنية المضببة: Fuzzy Time Series

في هذه الفقرة من البحث سوف يتم ربط السلاسل الزمنية بنظرية المجموعة المضببة للحصول على معلمات نماذج السلاسل الزمنية المضببة.

وتعرف **السلاسل الزمنية المـضببة** إن المتغيرات المضببة هي بيانات غير دقيقة عند نقاط الزمن المتقطع فإن مجموعة هذه المتغيرات المضببة المتقطعـة تـدعى السلسلة الزمنية المضببة [Tahseen et.al , 2007] .

وتعـرف السلـسلة الزمنيـة المـضببة رياضـياً: إذا كـان لـدينا {Z(t), t = ...,0,1,2,...} هي مجموعة جزئية مـن الأعـداد الحقيقيـة ، ولـتكن $M_i(t)$ مجموعات مضببة (i=1,2,...) تعـرف علـى Z(t). ولـتكن $\bar{Z}_t$ هـي مجموعـة من $M_i(t)$ ، عندئذ تسمى $\bar{Z}_t$ سلسلة زمنية مضببة لـ Z(t).

نلاحظ إن $\bar{Z}_t$ هي دالة للزمن t، وان μi(t) هي متغيرات لغوية لـ $\bar{Z}_t$.

قسم Song, et.al,(1994) السلاسل الزمنية إلى صنفين وهما:

1- السلاسل الزمنية المضببة التي لاتتغير مع الزمن:

Fuzzy Invariant Time Series

إذا كانت $\bar{Z}_t$ سلسلة زمنية مضببة، وان R(t,t-1) نموذج من الرتبة الأولى لـ $\bar{Z}_t$، حيث إن R(t,t-1)=R(t-1,t-2) لأي زمن t اذاً تسمى $\bar{Z}_t$ في هذه الحالة سلـسلة زمنية مضببة التي لاتتغير مع الزمن.

2- السلاسل الزمنية المضببة التي تتغير مع الزمن :

Fuzzy variant Time Series

إذا كانت $\bar{Z}_t$ سلسلة زمنية مضببة،وان R(t,t-1) تعتمد على الزمن t ، هذا يعنـي أن R(t,t-1) تختلف عن R(t-1,t-2) لأي زمن t ، تسمى $\bar{Z}_t$ في هذه الحالة سلسلة زمنية مضببة تتغير مع الزمن.

R (t, t-1): تمثل العلاقة بين $\bar{Z}_t$ و $\overline{Z_{t-1}}$ وتسمى بالنموذج مـن الرتبـة الأولـى المضبب. [Chen & Hwang, 2000] .

النماذج المختلطة المتكاملة المضببة:

Fuzzy Autoregressive Integrated Moving Average Models

للنتائج الجيدة في نموذج الانحدار الذاتي المضبب لجأنا إلى ادخال المنطق المضبب على نموذج سلسلة زمنية غير مراوحة(نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المندمجة). إن نموذج **ARIMA(p,d,q)** المضبب الموصوف من قبل الدالة المضببة مع المعلمات المضببة يكون على النحو الآتي:[Fang-Mei Tseng, 1998]

$$\overline{\varphi}_p(B)w_t = \overline{\theta}_q(B)a_t \qquad ....(20)$$

ولتكن

$$w_t = (1-B)^d z_t$$

حيث المعادلة (20) تكتب بالشكل الآتي:

$$\overline{w_t} = \overline{\varphi_1}w_{t-1} + ... + \overline{\varphi_p}w_{t-p} + a_t - \overline{\theta_1}a_{t-1} - .... - \overline{\theta_q}a_{t-q} \qquad (21)$$

$\overline{\theta_1},....,\overline{\theta_q},\overline{\varphi_1},....,\overline{\varphi_p}$ تمثل المعلمات المضببة لنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة على التوالي.

وبتعديل المعادلة (21) فإنها تصبح كالآتي:

$$\overline{w_t} = \overline{\beta_1}w_{t-1} + ... + \overline{\beta_p}w_{t-p} + a_t - \overline{\beta_{p+1}}a_{t-1} - .... - \overline{\beta_{p+q}}a_{t-q} \qquad ...(22)$$

اذ إن: $\overline{\beta_i}$ ولكل i=1,2,…..p+q تمثل معلمات نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المتكاملة المضببة بشكل عدد مضبب مثلثي متماثل الشكل ويرمز لقيم $\overline{\beta_i}$ بالشكل الآتي:

$$\overline{\beta_i} = (\alpha_i, c_i)_L \qquad \forall\ i=1,....,p+q \qquad .....(23)$$

لإيجاد المعلمات المضببة $\overline{\beta_i}$ بشكل أعداد مضببة مثلثية (صيغة من صيغ الأعداد المضببة) نستخدم المعادلة (18)، وبتطبيق مبدأ التوسيع تصبح الصيغة بالشكل الآتي: [Fang-Mei Tseng, 1998]

$$\mu_{\bar{w}}(w_t)=\begin{cases}1-\dfrac{\left| w_t-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i}-a_t+\sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i}\right|}{\sum_{i=1}^{p}c_i\,|w_{t-i}|+\sum_{i=p+1}^{p+q}c_i\,|a_{t+p-i}|} & w_t\neq 0,\ a_t\neq 0\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}\quad\ldots..(24)$$

اذ إن:

$\mu_{\bar{w}}(w_t)$ تمثل دالة العضوية في المجموعة المضببة التي تمثل المشاهدات w_t.

$\sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i}+a_t-\sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i}$ تمثل مركز الأعداد المضببة.

$\sum_{i=1}^{p}c_i\,|w_{t-i}|+\sum_{i=p+1}^{p+q}c_i\,|a_{t+p-i}|$ تمثل الانتشار أو السرعة حول مركز الأعداد المضببة.

وبتعويض قيم $\overline{\beta_i}$ يمكن إعادة كتابة المعادلة (22) كما ياتي:

$$\overline{w_t}=(\alpha_1,C_1)w_{t-1}+.....+(\alpha_p,C_p)w_{t-p}+a_t-(\alpha_{p+1},C_{p+1})a_{t-1}-.....-(\alpha_{p+q},C_{p+q})a_{t-q}\quad\ldots(25)$$

أن المعلمات المضببة المتمثلة بالزوج (α_i,C_i) يتم إيجادها بطريقة (Tanaka) نسبة للعالم (Tanaka) الذي اكتشفها, أو بطريقة المربعات الصغرى للعالم (Savic & Pedrycz, 1991) المستندة الى طريقة (Tanaka), وفي كلتا الطريقتين تتم الاستعانة بطريقة البرمجة الخطية والتي سيتم توضيحها لاحقاً.

5. البرمجة الخطية: Linear Programming

تعد البرمجة الخطية من النماذج الرياضية متعددة الطرائق، وتتعلق بإيجاد الحل الأمثل للمصادر المحدودة لغرض الوصول إلى الهدف المطلوب.

وتعرف البرمجة الخطية بأنها مجموعة أساليب يمكن بواسطتها الحصول على المقدار الأمثل (الأقصى أو الأدنى) ويدعى ذلك بالهدف الذي تتحكم فيه مجموعة قيود خطية. [جزاع , 1986].

أن طريقة البرمجة الخطية تعد من الطرائق الأساسية لتقدير المعلمات المضببة (α_i , c_i) إذ تستخدم نموذجا خطيا مضببا (الصيغة المثلثية) مع معلمات مضببة مثلثية متماثلة.

(5-1) تكوين نموذج البرمجة الخطية: Constituting of Linear Programming

لتكوين نموذج البرمجة الخطية (LP) يتم أتباع الآتي:-

اولاً: تحديد متغيرات القرار وغالبا ما تكون هي الشيء المطلوب تحديده في مشكلة قيد البحث ويعبر عنه برموز جبرية.

ثانياً: تحديد قيود المشكلة وغالبا ما تكون الموارد المتاحة في المشكلة قيد البحث والتي يعبر عنها بمتباينات أو متساويات وجميعها تكون خطية.

ثالثاً: تحديد دالة الهدف وهي المعادلة التي تقيس لنا الربح (التعظيم) أو الكلفة (التقليل) وكل المتغيرات في القيود يجب أن تمثل في دالة الهدف وكل متغير له معامله.

(5-2) صياغة مسألة البرمجة الخطية للنماذج المختلطة المتكاملة المضببة:

Formulation of Linear Programming Fuzzy Autoregressive Integrated Moving Average Models

في هذه الفقرة تم اشتقاق المعلمات المضببة لدالة التنبؤ بالاعتماد على مسألة البرمجة الخطية اذ ان هناك شروطا فرضت لإيجاد صيغة نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المتكاملة المضببة والتي هي:

1-استخدم معيار لتصغير الإبهام الكلي (S) أو الغموض ويعرف كمجموع الانتشارات المستقلة للمعلمات المضببة للنموذج.

$$\text{Min } S = c_1+c_2+\ldots+c_{p+q} \qquad \ldots \ (26)$$

2- قيمة الانتماء لكل مشاهدة Z_t هي أكبر أو تساوي من حد الانتماء المفترض (h) (threshold) إذ (($h \in [0,1]$) أي أن:

$$Z(Z_t) \geq h \qquad \forall\ t=1,\ldots,K \qquad \ldots \ (27)$$

وبتعويض قيمة دالة العضوية لـ Z_t بما تساويها المعادلة (24):

$$1 - \frac{\left| z_t - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i w_{t-i} - a_t + \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i} \right|}{\sum_{i=1}^{p} c_i \, | w_{t-i} | + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i \, | a_{t+p-i} |} \geq h$$

$$(1-h)[\sum_{i=1}^{p} c_i\,|\,w_{t-i}\,| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i\,|\,a_{t+p-i}\,|] - |\,z_t - \sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i} - a_t + \sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i}\,| \quad \geq 0 \qquad \ldots (28)$$

أن المتباينات المشروطة التي تحقق قيمة حد الانتماء ومقياس الغموض تكون خطية مع علاقة المعلمات غير المعلومة (المركز ، الانتشار) فالبنـاء مـسألة البرمجـة الخطية يتم على أساس دالة الهدف الموضحة فـي المعادلـة (26) والقيـد (28) المتمثل بشكل زوج من القيود المتباينة. وفي ما ياتي الصيغة العامة لمسألة البرمجة الخطية (L.P):

$$\left.\begin{array}{l}
Min\ S = \sum_{i=1}^{p} c_i \\
s.t. \\
\sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i} + a_t - \sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i} + (1-h)[\sum_{i=1}^{p} c_i\,|\,w_{t-i}\,| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i\,|\,a_{t+p-i}\,|] \quad \geq w_t \\
t = 1,2,\ldots,k \\
-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i} - a_t + \sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i} + (1-h)[\sum_{i=1}^{p} c_i\,|\,w_{t-i}\,| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i\,|\,a_{t+p-i}\,|] \quad \geq -w_t \\
c_i \geq 0\ ,\ w_t \geq 0 \\
\forall t = 1,2,\ldots,k
\end{array}\right] \ldots (29)$$

حيث إن c,α متجهان يمثلان مركز الأعداد المضببة والانتشارات على التوالي و s هو المجموع الكلي للغموض، أي مجموع الانتشارات المستقلة للمعلمات المضببة.

عدد القيود المتمثلة في مسألة البرمجة الخطية (LP) تكـون (عـدد المـشاهدات السابقة - k)*2 ان عدد المشاهدات السابقة يكون بعدد رتبة النموذج المراد تقـدير المعلمات المضببة له.

وتسمى مسألة البرمجة الخطية أعلاه بنموذج (Tanaka) نـسبة إلـى العـالم (Tanaka) المكتشف هذه الطريقة. والصيغة المعدلة لنموذجه كالآتي:-

$$\left.\begin{array}{l}
Min\ S=\sum_{i=1}^{p}\sum_{t=1}^{k}c_i|\phi_{ii}||w_{t-i}|+\sum_{i=p+1}^{p+q}\sum_{t=1}^{k}c_i|\rho_{i-p}||a_{t+p-i}| \\
s.t. \\
\sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i}+a_t-\sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i}+(1-h)[\sum_{i=1}^{p}c_i\,|\,w_{t-i}\,|+\sum_{i=p+1}^{p+q}c_i\,|\,a_{t+p-i}\,|] \quad \geq w_t \\
t=1,2,\ldots,k \\
-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i w_{t-i}-a_t+\sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i a_{t+p-i}+(1-h)[\sum_{i=1}^{p}c_i\,|\,w_{t-i}\,|+\sum_{i=p+1}^{p+q}c_i\,|\,a_{t+p-i}\,|] \quad \geq -w_t \\
c_i\geq 0\ ,\ w_t\geq 0 \\
\forall t=1,2,\ldots,k
\end{array}\right]\ \ldots.(30)$$

اذ إن:

ϕ_{ii} تمثل معامل الارتباط الذاتي الجزئي لنموذج الانحدار الذاتي.

ρ_{i-p} تمثل معامل الارتباط الذاتي لنموذج المتوسطات المتحركة.

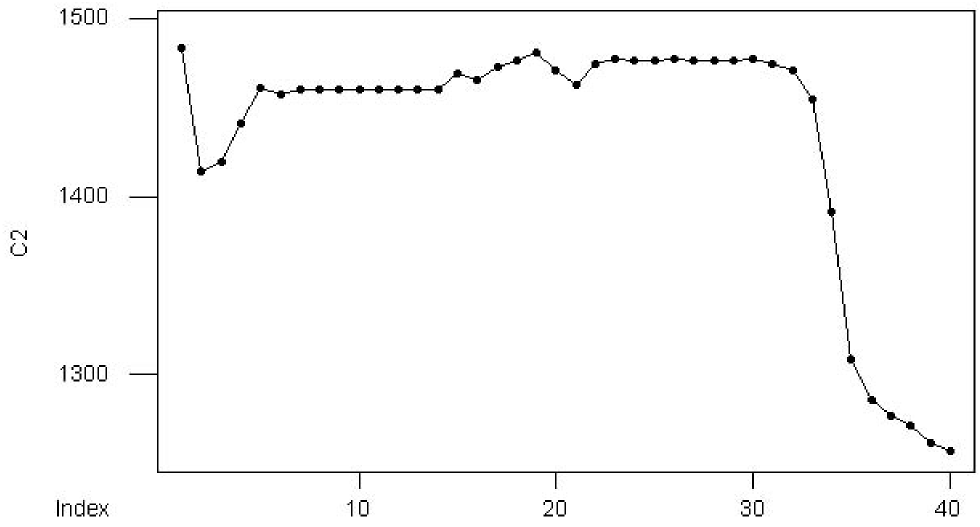
ولصعوبة حل مسالة البرمجة الخطية بالطرائق الاعتيادية بسبب كثرة عدد القيود تم الاستعانة ببرنامج LINDO لحل هذه المسألة.

6. الجانب التطبيقي

طبق عملياً ما تمت دراسته نظرياً في الفقرات السابقة على بيانات حقيقية للبرهنة على إمكانية تطبيق نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المتكاملة المضببة على بيانات واقعية لعينة أخذت من بيانات خاصة بمشتريات ومبيعات العملة الاجنبية (الدولار) في المزاد اليومية للمزاد في البنك المركزي العراقي والتي تمثل المعدل الشهري للفترة من 2004/1/1 ولغاية 2008/11/1 وتتكون هذه السلسلة من (57) مشاهدة.

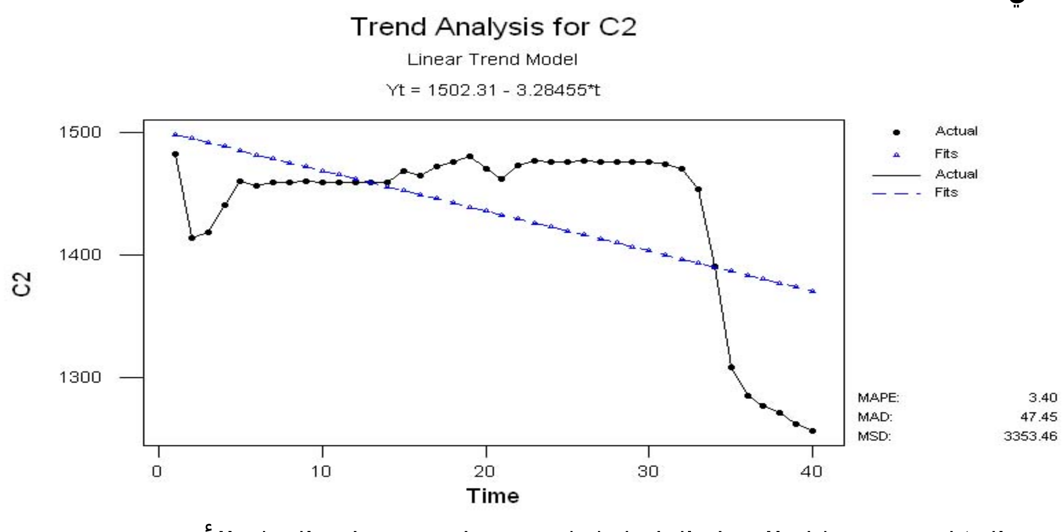
(6-1) تشخيص بيانات السلسلة الزمنية:

بيانات مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار) في المزاد اليومي للبنك المركزي العراقي للفترة من كانون الثاني 2004 ولغاية أيار 2007 بتوقيع السلسلة بيانيا أي الرسم البياني لمشاهدات السلسلة مع الزمن.



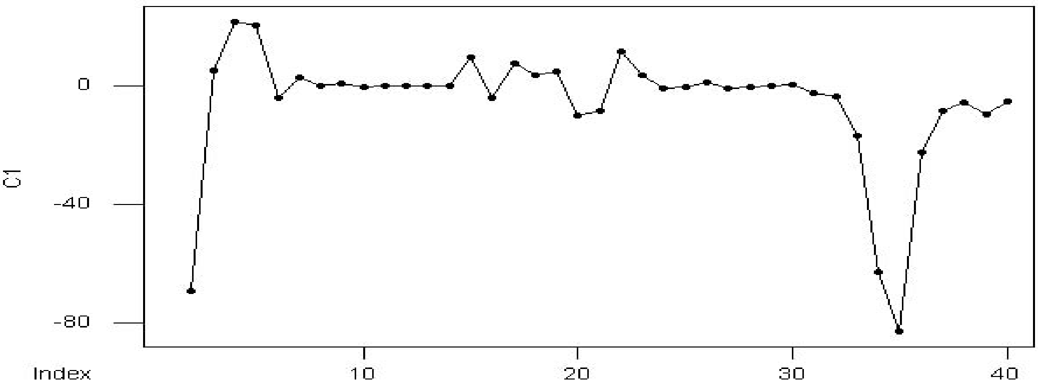
الشكل (5): الرسم الزمني لمشاهدات مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار).

من خلال ملاحظة الرسم البياني للسلسلة الموضحة في الشكل (5) إذ يتبـين عـدم وجود تذبذبات مختلفة فيها وهذا يعني أنها مستقرة في التباين. باستخدام إيعاز تحليل الاتجاه وهو ما يعرف Trend Analysis لسلسلة مـشتريات ومبيعـات العملـة الأجنبية (الدولار) في المزاد اليومي بعد معرفة ان التباين ثابت كما في الشكل (6) الاتي:



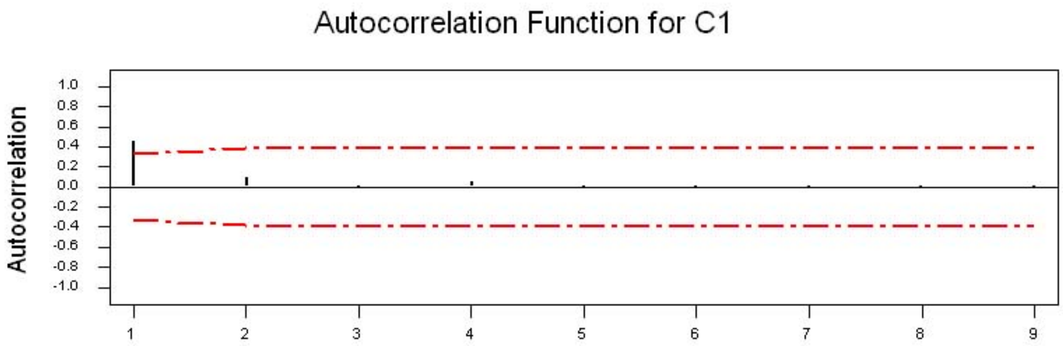
الشكل (6): تحليل الاتجاه العام لسلسلة مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار).

نلاحظ من خلال فحص الشكل المذكور انفا بأن هنالك اتجاهاً عاماً متناقصاً مما يدل على عدم ثبات متوسط السلسلة خلال الزمن. نستنتج من هذه الطريقة بأن السلسلة غير مستقرة. ولكي نزيل الاتجاه العام في هذه السلسلة تم اخذ الفرق الأول لسلسلة مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار) كما مبين في الشكل (7) الآتي:



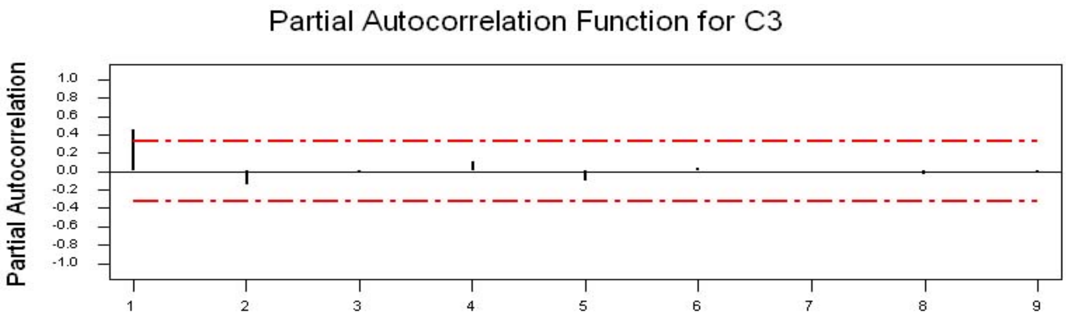
الشكل (7): الرسم البياني للفروق الأولى لسلسلة مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار).

أن الفكرة الأساسية من إزالة الاتجاه العام ليست تناسي وجوده بل الحصول على سلسلة جديدة يمكن تحليلها والتنبؤ بها بطريقة أكثر كفاءة. وللتعرف على النموذج يتم من خلال الشكل (8) والذي يمثل دالة الارتباط الذاتي لعينة المشاهدات وكذلك من خلال الشكل (9) الذي يمثل دالة الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الساكنة. فان النموذج الذي تم اختياره من خلال فحص دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي هو نموذج ARIMA(1,1,1)



Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
1	0.46	2.87	8.87	8	-0.00	-0.02	9.39
2	0.09	0.47	9.22	9	-0.02	-0.11	9.41
3	-0.02	-0.13	9.25				
4	0.05	0.28	9.38				
5	-0.00	-0.00	9.38				
6	-0.01	-0.05	9.39				
7	-0.00	-0.01	9.39				

الشكل (8) : دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار).



Lag	PAC	T	Lag	PAC	T
1	0.46	2.87	8	-0.03	-0.18
2	-0.15	-0.95	9	-0.00	-0.01
3	-0.00	-0.02			
4	0.11	0.67			
5	-0.10	-0.62			
6	0.04	0.23			
7	0.01	0.04			

الشكل(9): دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار).

* لوحظ من خلال الاختبارات لسلسلة مشتريات ومبيعـات العملـة الأجنبيـة (الدولار) هـي نمـوذج ARIMA(1,1,1) وعنـد تحويلهـا إلـى نمـوذج

FARIMA(1,1,1) لايمكن تقدير معلماته لان البيانات بعد أخذ الفـرق الأول للسلسلة أصبحت غير متساوية ومتتابعة حـسب تعريـف الـسلاسل الزمنيـة المضببة. لذا تمت معالجتها بإضافة أصغر قيمة مطلقة (83.12-) إلى السلسلة لجعل السلسلة متساوية ومتتالية. ومن خلال التطبيق شاهدنا أن إضافة القيمة لم تؤثر في تحليل سلسلة المشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار). وقد تـم الحصول على معلمات نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المندمجة ARIMA(1,1,1) باستخدام برنامج Mintab كمـا فـي المعادلـة (31):-

$$W_t = 75.089 + (0.4044)W_{t-1} + (0.4615)a_{t-1} + a_t \quad .... (31)$$

وتم تحويل نموذج ARIMA(1,1,1) الموضح في المعادلة **(31)** إلـى نمـوذج FARIMA(1,1,1) بالاعتماد على الفقرات السابقة وتم إيجاد المعلمات المـضببة (α_i , c_i) باستخدام طريقة (Savic & Pedrycz). وتم الحصول على النموذج الأتي باستخدام المعادلة (30) بوضع قيمة h=0 ولكون عدد القيود كبيـرا تمـت الاستعانة ببرنامج LINDO .

$$\overline{w_t} = 75.089 + (0.4044, 0.891759)w_{t-1} + a_t - (-0.4615, 0.619754)a_{t-1} \quad .... (32)$$

نلاحظ بأن هناك مشاهدات لاتقع ضمن الفترة المحتملة المتمثلـة (الحـد الأدنـى والأعلى) وكذلك نلاحظ أن هذه الفترة لاتـزال كبيـرة لـذا سنـستخدم طريقـة Ishibuchi & Tanaka [Fang-Mei Tseng, 1998] لحل هـذه المـشكلة اذ تزودنا بفترة أضيق تتلخص طريقة Ishibuchi & Tanaka بحذف المـشاهدات الواقعة خارج الفترة المحتملة وإعادة كتابة البرمجة الخطية المتمثلة فـي المعادلـة (30) كما تم تطبيقها سابقا وكان النموذج FARIAM(1,1,1) المعدل النهائي كما ياتي والنتائج موضحة في الجدول (1).

$$\overline{w_t} = 75.089 + (0.4044, 0.788117)w_{t-1} + a_t - (-0.4615, 0.688034)a_{t-1} \quad .... (33)$$

الجدول (1): نتائج نموذج FARIMA(1,1,1) بعد حذف المشاهدات.

D	Actual value	ARIMA Predicted value	FARIAM lower bound	FARIMA Upper bound	D	Actual value	ARIMA Predicted value	FARIAM lower bound	FARIMA Upper bound
1	13.83	*	*	*	17	87.73	108.766	38.1918	179.341
2	88.12	70.994	45.6507	96.337	18	73.02	114.873	52.1501	177.595
3	103.50	132.644	95.8736	169.414	19	74.55	99.317	33.8652	164.769
4	79.24	123.966	52.8631	195.068	20	94.72	107.821	52.9197	162.723
5	85.75	100.506	28.1748	172.837	21	86.60	121.362	58.5900	184.133
6	83.12	116.970	60.1296	173.811	22	82.14	108.081	36.8051	179.357
7	83.70	107.094	39.1884	175.000	23	82.87	110.348	48.6568	172.040
8	82.54	112.155	50.9858	173.323	24	84.29	109.934	46.6095	173.259
9	83.12	108.815	44.2804	173.349	25	82.40	111.355	48.1732	174.537
10	83.12	110.858	48.5639	173.153	26	82.87	109.063	45.0925	173.033
11	83.12	109.915	46.2147	173.616	27	83.00	110.528	48.0876	172.968
12	83.12	110.351	47.2989	173.402	28	83.59	109.964	46.5031	173.425
13	92.67	110.150	46.7985	173.501	29	80.87	110.735	47.6027	173.867
14	78.90	118.512	54.3430	182.680	30	79.54	108.024	44.6334	171.414
15	90.79	102.729	34.1845	171.273	31	66.29	108.124	46.7316	169.515
16	86.83	120.309	61.4341	179.183	32	60.44	96.604	36.4700	156.739

نلاحظ من خلال مشاهدة النتائج للمشاهدات الموضحة في الجدول أعلاه بأنهُ نموذج مضبب يلائم جميع المشاهدات لانها تقع ضمن الفترة المحتملة المتمثلة بالحد الأعلى والحد الأدنى. باستخدام نموذج FARIMA(1,1,1)المعدل الموضح في المعادلة (33) سنتنبأ بالقيم المستقبلية لمشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار) للفترة من شهر حزيران (2007) لغاية تشرين الثاني (2008) ومقارنتها مع نتائج التنبؤ للنموذج ARIMA(1,1,1) الاعتيادي الذي ثبتت ملاءمته للبيانات المتاحة حسب المعادلة (31) اذ إن النتائج مبينة في الجدول (2) الآتي:

الجدول (2): مقارنة بين قيم التكهن اعتمادا على النموذجين المقترحين ((ARIMA(1,1,1) و(FARIMA(1,1,1)) مع القيم الحقيقية.

Date	Actual value	ARIMA Predicted value	FARIAM lower bound	FARIMA Upper bound
2007\7\1	75.27	*	*	*
2007\8\1	74.20	104.295	41.7660	165.725
2007\9\1	74.09	103.016	46.8307	163.532
2007\10\1	84.80	110.828	45.1280	163.744
2007\11\1	77.77	106.597	54.1682	173.925
2007\12\1	72.73	102.095	37.9918	169.261
2008\1\1	80.50	106.954	45.8446	162.084
2008\2\1	79.39	106.366	51.4032	169.667
2008\3\1	81.44	108.216	43.1750	170.049
2008\4\1	77.99	106.011	49.1581	171.159
2008\5\1	79.12	106.767	42.5286	168.613
2008\6\1	80.36	107.954	48.5504	168.688
2008\7\1	80.40	108.544	46.0712	170.561
2008\8\1	75.64	105.105	46.4455	170.532
2008\9\1	77.01	105.505	42.6060	165.973
2008\10\1	80.32	107.887	48.3713	166.367
2008\11\1	80.49	108.570	47.4430	170.246

يلاحظ من نتائج التنبؤ الموضحة في الجدول أعلاه أنها جيدة جدا لوقوع القـيم الفعلية ضمن الفترات المحتملة الـضبابية وأن نمـوذج FARIMA(1,1,1) هـو النموذج الملائم للبيانات المتاحة. وباختصار فأنه سيساعد زبائن المصرف لفهم تلك الفترة المحتملة لمشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار) للمزاد اليـومي فـي البنك المركزي العراقي في البيئة الاقتصادية الكلية المستقرة. وبالاستناد إلى النتائج التجريبية لهذا المثال، نجد أن القابلية التنبؤية لنموذج ARIMA المضبب مشجعة.

7. الاستنتاجات والتوصيات: Conclusions & Recommendations

الاستنتاجات

من خلال نتائج الجانب التطبيقي تم التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

1. من خلال رسم دالتي الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الـذاتي الجزئـي (PACF) لسلسلة مشتريات ومبيعات العملة الأجنبية (الدولار) بعد معالجة عدم الاستقرارية(المراوحة) هو نموذج الانحدار الـذاتي والمتوسـطات المتحركـة المختلطة المندمجة ARIMA(1,1,1).
2. لقد استخدمت طريقة البرمجة الخطية لتقدير المعلمـات المـضببة إذ تَـستخدمُ نموذجاً خطياً مضببا (الصيغة المثلثية) مع معلمات مضببة مثلثية متماثلة.
3. في حالة وقوع مشاهدات خارج حدي الثقة (الحد الأعلى والأدنى) تم اسـتخدام طريقة Ishibuchi & Tanaka وهي طريقة سـهلة تعمـل علـى حـذف المشاهدات الواقعة خارج الفترة المحتملة وتؤدي كذلك إلى تـصغير الفتـرة المحتملة.
4. وجد من خلال مقارنة النموذج ARIMA(1,1,1) الذي معادلته:

$$\overline{w_t} = 75.089 + 0.4044 w_{t-1} + a_t + 0.4615 a_{t-1}$$

مع النموذج FARIMA(1,1,1) الممثل بالمعادلة الاتية:

$$\overline{w_t} = 75.089 + (0.4044, 0.788117) w_{t-1} + a_t - (-0.4615, 0.688034) a_{t-1}$$

أن نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المندمجة المـضبب FARIMA(1,1,1) أفضل من نموذج ARIMA(1,1,1) وأكثر قناعـة وهنـاك عدة حالات تبين ألنموذج FARIMA(1,1,1) الأداة الأكثر ملاءمة، **وهذه الحالات هي:**

a- نموذج FARIMA(1,1,1) يمكن أن يزود صانع القرار بفترة محتملة للتنبؤ (أفضل الحالات وأسوؤها).

b- يتطلب نموذج FARIMA(1,1,1) مشاهدات أقل من تلك التي يتطلبها نموذج ARIMA(1,1,1).

التوصيات Recommendations

من خلال دراسة الاستنتاجات التي تمكن التوصل إليها يوصى بما يأتي:

1- دراسة نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المندمجة المضببة الموسمية.

2- تطبيق المنطق المضبب على نماذج مختلفة.

3- إجراء دراسات تطبيقية للتنبؤ بالقيم المستقبلية للسلاسل الزمنية المتعددة المتغيرات Multivariate Time Series باستخدام النماذج المضببة.

المصادر

1. الصفاوي، صفاء يونس والطائي، فاضل عباس (2003): "طرق معالجة عدم الاستقرارية لبعض بيانات السلاسل الزمنية بالتطبيق على انتاج الذرة الصفراء في العراق للفترة من (1949-1989)"، مجلة تنمية الرافدين، العدد 73.
2. الطائي، فاضل عباس، الشرابي, نجلاء سعد (2009) "نموذج الانحدار الذاتي المضبب مع التطبيق"، مقبول للنشر في المجلة العراقية للعلوم الاحصائية العدد (15).
3. المعماري، نوال محمود، (2004) "نماذج الانحدار الحركي مع التطبيق"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.
4. جزاع، عبد ذياب (1986) "بحوث عمليات"الطبعة الثانية,وزارة التعليم العالي والبحث العلمي،جامعة بغداد العراق.
5. فاندل، والتر (1992) "السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس-جينكنز"، تعريب عبد المرضي حامد عزام، دار المريخ للنشر، الرياض، المملكة العربية السعودية.

6. ويكيبدي الموسوعة الحرة 2004 ,فروع الرياضيات متاح على الموقع.
http://ar.wikipedia.org

7.Bector, C.R. and Chandra Suresh (2005),"Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games", Springer-Verlag Berlin Heidelberg Printed in Germany.
8.Buckley , James J .(2002),"An introduction to fuzzy logic and fuzzy sets " , Esfandiar Eslami Heidelberg ,ISBN 3-7908-1447-4
9.Chen, Shyi-Ming and Hsu, Chia-Ching (2004),"Anew Method to Forecast Enrollment Using Fuzzy Time Series", ISSN 2, 3,234-244, Taipei, Taiwan, R.O.C.
10.Fang-Mei;Tseng , Gwo-Hshiung; Yu , Hsiao-Cheng and Yuan, Benjamin and J.C.(1998),"Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market", National Chiao,Tung University, Taiwan.
11.Hamilton, J. D. (1994). “Time Series Analysis”, Princeton University Press, New Jersey.
12.Klir ,G.J., and Yuan,B., (1995),"Fuzzy Set and Fuzzy logic Theory and Applications" ,Prentice Hall PTR.
13.Tahseen Ahmed Jilani, Syed Muhammad Aqil Burney, and Cemal Ardil,(2007),"Fuzzy Metric Approach for Fuzzy Time Series Forecasting based on Frequency Density Based Partitioning", Proceedings of Word Academy of Science, Engineering and Technology Vol.(23)ISSN(1307-6884).
14. Wei W:W.S., (1990) "Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods", Addison-Wesley Publishing Company Inc The Advanced Book Program , Gaifornia,USA.