College of Basic Education Research Journal

www.berj.mosuljournals.com

Meta-heuristic Optimization Algorithms in Multidimensional Knapsack Problem using bat algorithm: A subject review

Rana Bashar Hussein
Department of Management Information Systems / College of Administration and Economics / University of Mosul

Article Information

Article history:
Received: September 20,2023
Reviewer: December 4,2023
Accepted: December 28,2023
Available online

Keywords:
Investor's Bag, Bat Algorithm, Optimization

Correspondence:
rana_bashar@uomosul.edu.iq

Abstract

The multi-dimensional investor or backpack problem is an important and well-known difficult constrained combinatorial optimization problem in operations research and optimization. Nowadays, algorithms inspired by nature have become extremely important in solving many mathematical problems, including the investor's portfolio problem. In order to reach the best solutions, this research reviewed the bat algorithm and the updates that occurred to it in solving this problem.

ISSN: 1992 – 7452

مشكلة حقيبة المستثمر متعدد الأبعاد باستعمال خوارزمية الخفاش – مراجعة مقال

رنا بشار حسين
قسم نظم المعلومات الادارية /كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة الموصل

المستخلص

تعتبر مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد من مسائل الأمثلية التوافقية الصعبة (المتقطعة) المقيدة المهمة والمعروفة جدا في بحوث العمليات والأمثلية. في الوقت الحاضر اصبحت الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة ذات اهمية بالغي في حل العديد من المشاكل الرياضياتية ومنها مشكلة حقيبة المستثمر. ولغرض الوصول الى افضل الحلول تم في هذا البحث استعراض خوارزمية الخفاش وما حدث لها من تحديثات في حل هذه المسائلة.

الكلمات الدالة: حقيبة المستثمر، خوارزمية الخفاش، امثلية.

١. المقدمة Introduction

مسألة الأمثلية التوافقية (Combinatorial optimization problem) هي دراسة رياضية لإيجاد الحل الأمثل من مجموعة محدودة finite من الكائنات أو الأشياء أو الأهداف (objects) . تأتي شعبية مسائل الأمثلية التوافقية من حقيقة أن دالة الهدف والقيود في العديد من مسائل العالم الحقيقي لها طبيعة مختلفة (غير خطية ، وغير تحليلية ، الخ) ، بينما يكون فضاء البحث محدود finite . في مثل هذه المسائل ، تكون الطرق الدقيقة أو المضبوطة غير عملية في إيجاد الحل الأمثل لأن وقت التنفيذ يزداد أسيا" أو بازدياد أسيا" increasing exponentially مع حجم المسألة. لذلك ، أصبح الاهتمام بتطبيق الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة أمرًا ضروريًا لحل هذه المسائل والحصول على النتائج في وقت معقول.

تعتبر مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد (MKP) (Multidimensional Knapsack Problem) من مسائل الأمثلية التوافقية الصعبة (المتقطعة) المقيدة المهمة والمعروفة جدا في بحوث العمليات والأمثلية وهي أيضًا مسألة (NP-hard combinatorial or complete problem) حتى في حالة وجود قيد واحد فقط بسبب صعوبة أيجاد وقت متعدد الحدود (polynomial time) لمعالجتها واستخدمت أيضا على نطاق واسع كمسائل benchmark التوافقية للخوارزميات التطورية (Bhattacharjee & Sarmah, 2015; Haddar, Khemakhem, Hanafi, & Wilbaut, 2015; He, Xie, Wong, & Wang, 2018; Jianjun Liu, Wu, (Cao, Wang, & Teo, 2016; Patvardhan, Bansal, & Srivastav, 2015. إنها القضية المهمة في فئة أو صنف مسألة حقيبة المستثمر(KP) (Knapsack Problem) و تمثل عضوا في عائلة Knapsack أي أنها التعميم لمسألة 0-1 knapsack المعروفة أو الأساسية التي لها قيد واحد (m=1) بمعنى ان(MKP) لها (m>1) من القيود.

لقد حظيت هذه المسألة باهتمام واسع من قبل فئة أو جالية(مجموعة أو جماعة) بحوث العمليات خلال العقود الأخيرة الماضية . مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد لها تطبيقات واسعة في مجالات الهندسة والعلوم والإدارة حيث يمكن صياغة التطبيقات العملية المتنوعة كـ (MKP) أو لمسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد مثل الموازنة الرأسمالية- استثمارية (وضع الموازنة أو أعداد الموازنة الكبيرة أو الرئيسية)(capital budgeting) ، مسألة اختيار المحفظة الاستثمارية (portfolio selection problem) ، تحميل الشحنة أو الحمولة أو البضائع (cargo loading) ، تخصيص الموارد (resource allocating)،اختيار المشروع (project selection) ، أسهم القطع أو الأوراق المالية القطع cutting stock ، تخصيص قواعد البيانات والمعالجات في معالجة البيانات الموزعة ، وجدولة برامج الكمبيوتر في بيئة متعدد البرامج (multiprogramming environment)

، وسياسة الاستثمار لقطاع السياحة في البلدان النامية ، مسألة جدولة الصور اليومية لأقمار مراقبة الأرض الصناعية PSOT-5 الخ .

في الدراسات المبكرة أو الحديثة ، تم تطبيق عدة طرق لحل مسألة حقيبة المستثمر متعدد الأبعاد والتي تقسم الى فئتين ، الخوارزميات الدقيقة أو المضبوطة أو تم استخدام الخوارزميات التحديدية (Deterministic Algorithms) لحل مسألة MKP ذات small-scale، مثل خوارزمية القطع والتحديد (Branch and Bound Algorithm) وخوارزمية التراجع (Backtracking Algorithm) وكذلك تم استخدام طريقة البرمجة الديناميكية (Dynamic Programming) عن طريق تجزئة مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر الأصلية الى مجموعة من مسائل حقيبة الظهر أو المستثمر الأصلية. أيضا استخدمت استراتيجية البحث متعددة المستويات (Multi-level Search Strategy) لحل مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر ذات المقياس العالي (large-scale MKP) حيث تأخذ هذه الاستراتيجية بنظر الاعتبار التكاليف المنخفضة للمتغيرات غير الأساسية في حل الإرخاء(relaxation) لمسألة البرمجة الخطية وخوارزمية أخرى التي تدمج بين البرمجة الخطية و (Tabu Search) الكفوءة . لكن مع زيادة عدد الوحدات والقيود يزداد الوقت المستهلك للخوارزمية التحديدية بشدة لحل هذه المسائل .لهذا السبب يتم استخدام الفئة الثانية المتمثلة بالخوارزميات غير التحديدية (Nondeterministic Algorithms) التي تتضمن الخوارزميات العشوائية (Randomized Algorithms) ، خوارزمية التقريب (Approximation Algorithm) والخوارزميات التطورية (Evolutionary Algorithms) لحل هذه المسألة . نظرًا لخاصية NP-hardness الموجودة في مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد ، فان حل هذه المسالة لايزال يمثل تحديا مثيرا للاهتمام خاصة عندما يزداد عدد القيود . لذا فإن الطرق الدقيقة أو التحديدية تؤدي أداءً ضعيفًا أو بشكل سيئ عندما تكون المقاييس أو الأحجام كبيرة large scales لمسألة

حقيبة المستثمر، على الرغم من أنها يمكن أن تعطي الحلول المثلى في حل المسائل الصغيرة الحجم او صغيرة المقياس small–scale problems.

٢. مسألة أو مشكلة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد

(Multidimensional 0–1 Knapsack Problem) (MKP)

تعتبر مسألة حقيبة المستثمر متعدد الأبعاد 0−1 الأبعاد (MKP) (Multidimensional 0−1 Knapsack Problem) واحدة من اكثر مسائل البرمجة الصحيحة المقيدة المعروفة او المشهورة ذات معاملات عدم السالبية وهي حالة خاصة من البرامج الخطية العامة 0−1 وتمثل التعميم لمسألة حقيبة الظهر المعروفة 0−1 التي لها قيد واحد (m=1). مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد من مسائل الأمثلية التوافقية الصعبة (المتقطعة) المقيدة المهمة والمعروفة جدا في بحوث العمليات والأمثلية (NP–hard combinatorial or complete problem) حتى في حالة وجود قيد واحد فقط بسبب صعوبة أيجاد وقت متعدد الحدود (polynomial time) لمعالجتها . تعتبر MKP نموذجًا لتخصيص الموارد .

نفترض ان لدينا في مسألة حقيبة المستثمر متعدد الأبعاد مجموعة J من n من الأهداف أو الأشياء (objects) وحقيبة المستثمر ذات m من الأبعاد ، كل هدف $j \in J$ له ربح p_j (الربح للوحدة jth) والوزن w_{ij} في البعد i حيث أن $(1 \le i \le m)$ اي أن كل وحدة تتطلب أو تحتاج w_{ij} وحدات من أستهلاك الموارد ، كل بعد من أبعاد الحقيبة له السعة (capacity) أو القدرة C_i .

الهدف من مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد هو تعظيم الربح الكلي للوحدات المعطاة المختارة مع تحقق جميع قيود الموارد أي أيجاد المجموعة جزئية من جميع الوحدات لتكون مختارة في

الحقيبة (أختيار مجموعة جزئية من العناصر أو الكائنات المعطاة) مع تعظيم الربح الكلي (دالة الهدف الخطية) للعناصر المختارة بحيث لا تتجاوز سعة أو قدرة كل بعد أو أبعاد الحقيبة (قيود القدرة أو السعة الخطية) وتحقق جميع أو مجموعة من قيود حقيبة المستثمر knapsack . يجب أن يكون مجموع الأوزان للأهداف أو الأشياء المضمنة في كل بعد اقل أو يساوي C_i . بإدخال المتغيرات الثنائية x_j للإشارة فيما اذا كان الهدف أو الشئ او الغرض j متضمن في الحقيبة $(x_j = 1)$ أو غير متضمن $(x_j = 0)$. نفترض أن جميع المعلمات موجبة . رياضيا، يمكن صياغة مسألة حقيبة الظهر او المستثمر متعدد الأبعاد كما يلي :

$$\begin{aligned} &Maximize\ f(X) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j \\ &Subject\ to\ \sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j \le C_i\ , i = 1,2,...,m \\ &x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,...,n. \end{aligned} \qquad (1)$$

حيث أن $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ هي المتجه $0-1$ ذو البعد n . x_j متغير القرار الثنائي ، $(x_j = 1)$ اذا وفقط اذا كانت الوحدة jth معبأة أو مختارة في حقيبة المستثمر وأن $(x_j = 0)$ اذا كانت الوحدة jth غير معبأة أو مختارة في حقيبة المستثمر. n تمثل عدد جميع الوحدات و m تمثل عدد القيود لحقيبة المستثمر. p_j تمثل الربح للوحدة jth . C_i تمثل السعة أو القدرة للقيد ith (قيد الموارد) والأستهلاك للوحدة jth . w_{ij} تمثل الوزن أو الكلفة للوحدة jth على القيد أو حقيبة المستثمر ith (أستهلاك موارد للوحدة jth للبعد ith لحقيبة المستثمر). لعدم خسارة العمومية ، نفترض أن المعاملات العددية غير السالبة:

$$P_j \succ 0, C_i \succ 0, 0 \le w_{ij} \le C_i\ and \sum_{j=1}^{n} w_{ij} \succ C_i\ for\ all\ i = 1,2,...,\mathrm{m\ and\ j} = 1,2,...,\mathrm{n}.$$

٣. الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة (Nature-Inspired Optimization Algorithms)

في العقود الأخيرة ، ظهرت العديد من خوارزميات الأمثلية المستوحاة من الطبيعة الحدسية المطورة والتي لها القدرة بكفاءة على حل المسائل الصعبة والمعقدة من مسائل العالم الحقيقي وخاصة مسائل الأمثلية. من الأمثلة على هذه الخوارزميات ، خوارزمية الثقب الأسود أو المظلم (Black Hole Algorithm) خوارزمية البحث الجذبية (Gravitational search Algorithm) وخوارزمية (Multiverse Algorithm) وغيرها. نظرًا لطبيعة الظاهرة ، نجد أن العديد من هذه الخوارزميات تعمل في مساحات بحث مستمرة ويجب تكييفها لحل مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد . يجب أن تضمن عملية التكيف الحفاظ على آليات الاستغلال والاستكشاف بحيث يتم الحفاظ على كفاءة الخوارزمية. في مثل هذه المسائل ، لا توجد أو ليس هناك خوارزمية فعالة لحل جميع حالاتها أو جميع الحالات الخاصة بها. تحتاج مسألة أو مشكلة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد إلى طرق أو خوارزميات بديلة فعالة وكفوءة لأن الطرق الدقيقة أو الخوارزميات التحديدية عادة لا يمكنها التعامل مع الحجم الكبير (large-scale) لهذه المسائل ذات الأبعاد العالية عندما يزداد التعقيد الزمني تصاعديا مع حجم المسألة . في الأدبيات هناك أعمال منشورة تركز بشكل أساسي على استخدام الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة بشكل واسع وأثبتت هذه الخوارزميات بنجاح كفاءتها وأنها أكثر فاعلية وتنتج الحل القريب من الأمثل بوقت معقول في حل مسائل الأمثلية التوافقية خاصة مسألة حقيبة المستثمر متعدد الأبعاد .

الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة هي خوارزميات تصادفية أو عشوائية مستوحاة من سلوك الأنواع المختلفة في الطبيعة. تتكون كل خوارزمية مستوحاة من الطبيعة من مجموعة من المجتمع الأبتدائي أو الحلول الأولية ، ثم يتم أختبار متتالية أو سلسلة من الحلول خطوة بخطوة بناءً على

العشوائية وبعض القواعد المحددة للوصول إلى الحل الأمثل. تتمتع هذه الخوارزميات بالقدرة على التعامل مع العديد من مشكلات التحسين نظرًا لبساطتها ومرونتها

الهدف من هذا البحث هو التحقيق أو الأثبات في فعالية الخوارزميات الفوق الحدسية المستوحاة من الطبيعة عند التعامل مع مسألة الأمثلية التوافقية مثل مشكلة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد ٠-١.

٣.١ خوارزمية الثقب الاسود (black hole algorithm)

في السنوات الأخيرة أصبح الإهتمام متزايد بتصميم وتطوير خوارزميات التحسين المستوحاة من الطبيعة، وتعد خوارزمية الثقب الأسود(Black Hole Algorithm (BHA واحدة من أحدث الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة وأكثرها شيوعاً وتعود إلى (Hatamlou, 2013)، تحاكي خوارزمية BHA ظاهرة فيزيائية وهي ظاهرة الثقب الأسود في الفضاء لحل مشاكل التحسين من خلال البحث في مساحة المشكلة بطريقة فعالة وبسيطة للغاية، ويتطلب عددًا أقل من المعلمات ووقت أقل، والثقب الأسود هو أحد أغرب الأجسام الموجودة في الفضاء الخارجي وأكثرها روعة وهو جسم شديد الكثافة مع إمتلاكه لجاذبية قوية، ولأول مرة في عام ١٩٦٧ أطلق العالم الفيزيائي الأمريكي John Wheeler على ظاهرة إنهيار الكتلة أسم الثقب الأسود، حيث يتشكل الثقب الأسود في الفضاء عندما ينهار نجم كبير الحجم وقوة الجاذبية للثقب الأسود تكون عالية جداً لدرجة أنه حتى الضوء لايستطيع الهروب منه، وتكون الجاذبية قوية جداً لأن المادة قد ضغطت في مساحة صغيرة وأي شيء يعبر حدود الثقب الأسود سيبتلعه ويتلاشى ولا يمكن أن يبتعد عن قوته الهائلة، وتعرف الحدود الكروية للثقب الأسود في الفضاء بأفق الحدث ويطلق على نصف قطر أفق الحدث نصف قطر Schwarzschild عند هذا الشعاع تكون سرعة الهروب مساوية لسرعة الضوء وبمجرد مرور الضوء لايمكنه الهروب، أي بمعنى أخر انه لايمكن لأي شيء أن يهرب من داخل أفق الحدث لأنه

لاشيء يمكن أن يكون أسرع من الضوء ويطلق عليه أسود لأنه يمتص كل الضوء ولايعكس شيئاً، والمخطط التالي يوضح الثقب الأسود وأفق الحدث ونصف قطر الافق والنجوم التي حوله (Elnaz Pashaei & Aydin, 2017b).

والخطوات أدناه توضح طريقة محاكاة BHA من ظاهرة الثقب الأسود (Kumar, Datta, & Singh, 2015) و (Qasim, Al-Thanoon, & Algamal, 2020):

الخطوة الأولى: تبدأ خوارزمية الثقب الأسود المقترحة (BHA) بمجموعة أولية عشوائية من الحلول المرشحة النجوم (Stars) في مساحة البحث لمشكلة معينة ويتشكل الثقب الأسود في الفضاء الحقيقي عن طريق إنهيار النجوم الفردية ثم تتطور لإيجاد الحل الأمثل ودالة موضوعية (دالة اللياقة) يتم حسابها لكل نجم وفي كل تكرار من BHA يتم إختيار أفضل مرشح في المجتمع بعد تقييم قيم دالة اللياقة بإختيار أفضل قيمة لياقة ليكون هو الثقب الأسود والباقي يشكل النجوم العادية.

الخطوة الثانية: بعد عملية التهيئة تطور خوارزمية BHA الحلول المرشحة نحو الحل الأمثل عبر آلية بسيطة حيث يبدأ الثقب الأسود (المرشح الأفضل) في جذب النجوم (المرشحة الأخرى) من حوله حيث تبدأ جميع النجوم بالتحرك نحو الثقب الأسود وعندما يقترب نجم جداً من الثقب الأسود فسيبتلعه الثقب الأسود ويختفي الى الأبد وفي مثل هذه الحالة يتم إنشاء نجم جديد (حل مرشح) بشكل عشوائي ووضعه في مساحة البحث ويبدأ بحثاً جديداً، ويتم حساب الحل المحدث كما في الصيغة التالية (Hatamlou, 2017; Jiefang Liu, Chung, & Wang, 2018; Elnaz Pashaei & Aydin, 2017a; E. Pashaei, Pashaei, & Aydin, 2019):

$$X_i(t+1) = X_i(t) + \text{rand} * \left(X_{BH} - X_i(t)\right) \qquad (٢)$$

حيث أن: $X_i(t)$ و $X_i(t+1)$: تمثل مواقع النجم في التكرارات t و t +1 ، على التوالي. X_{BH}:

هو موقع الثقب الأسود في مساحة البحث. rand :هو رقم عشوائي ضمن التوزيع المنتظم [٠ ، ١].

N: هو إجمالي عدد النجوم (مرشح حلول).

الخطوة الثالثة: يُعرف المجال المحيط بالثقب الأسود في الفضاء الخارجي بأفق الحدث، ويسمى نصف قطر أفق الحدث Schwarzschild radius. توضح الدائرة الحمراء في المخطط (٢-١) أفق أحداث الثقب الأسود، في الفضاء الحقيقي يتم حساب نصف قطر Schwarzschild وفق الصيغة التالية:

$$R = 2GM / C^2 \qquad (٣)$$

حيث تشير M و G و C إلى كتلة الثقب الأسود وثابت الجاذبية وسرعة الضوء على التوالي.

وفي BHA يتم حسابه وفق الصيغة التالية :

$$R = \frac{f_{BH}}{\sum_{i=1}^{N} f_i} \qquad (٤)$$

حيث أن: f_{BH}: تمثل قيمة لياقة الثقب الأسود. f_i: تمثل قيمة لياقة كل نجم. N: هو عدد النجوم (الحلول المرشحة).

الخطوة **الرابعة:** بسبب الكثافة الشديدة والجاذبية القوية للثقب الأسود عندما يعبر النجم أفق الحدث ، سيبتلعه الثقب الأسود ويختفي وفي منطقة أفق الحدث تكون سرعة الهروب مساوية لسرعة الضوء لذلك لا يمكن لأي شيء الابتعاد عن أفق الحدث. في BHA يتم حساب المسافة الإقليدية بين الثقب

الأسود والنجم فإذا كانت هذه المسافة أقل من نصف قطر Schwarzschild ، فاستبدل بنجم جديد في الموقع العشوائي في مساحة البحث.

الخطوة الخامسة: في BHA إذا وصل النجم إلى موقع بتكلفة أقل من الثقب الأسود في هذه الحالة يجب إستبدال مواقعهم.

٣.٢ خوارزمية الاعشاب الضارة

خوارزمية أمثلة الأعشاب الضارة (Invasive Weed Optimization Algorithm (IWOهي خوارزمية التحسين العشوائي العددي المستوحات بيولوجيا من الأعشاب الضارة والتي اقترحت لاول مرة من قبل Mehrabian و Lucas في عام (٢٠٠٦ م) . وهذه الخوارزمية ببساطة تحاكي السلوك الطبيعي للأعشاب الضارة في الاستعمار وايجاد مكان مناسب للنمو والتكاثر. لمحاكاة السلوك الاستعماري للأعشاب الضارة يجب ان تؤخذ بعض الخصائص الاساسية لهذه العملية بنظر الاعتبار(Jayabarathi, Yazdani, & Ramesh, 2012; Josinski, Kostrzewa, Michalczuk, & Switonski, 2014; Niknamfar & Niaki, 2018; Panda, Dutta, & Pradhan, 2017) :

١. يتم نشر عدد محدود من البذور على منطقة البحث (تهيئة عدد السكان).

٢. كل البذور تنمو الى نباتات مزهرة وتنتج البذور اعتمادا على دالة اللياقة (التكاثر).

٣. البذور المنتجة يتم نشرها عشوائيا على منطقة البحث لتنمو وتصبح نباتات جديدة (التشتت المكاني)

٤. تستمر هذه العملية الى ان يتم الوصول الى الحد الأقصى من عدد النباتات.

وفقط النباتات ذات دالة اللياقة العالية يمكنها البقاء على قيد الحياة وإنتاج البذور , ويجري القضاء على الاخرين (الإقصاء التنافسي). تستمر العملية الى ان يتم الوصول الى الحد الأقصى من التكرارات على امل ان النبات الذي يحمل أفضل دالة لياقه سيكون هو الاقرب الى الحل الامثل

تتضمن خوارزمية أمثلة الأعشاب الضارة (IWO) عدد من الخطوات الاساسية, هذه الخطوات مترابطة مع بعضها البعض ولا يمكن تطبيق هذه الخوارزمية على اي مسالة مالم تطبق هذه الخطوات جميعها والا ستفقد خوارزمية أمثلة الأعشاب الضارة (IWO) قيمتها وفائدتها في ايجاد وتحسين الحل, ويمكن توضيح خطوات الخوارزمية على النحو الاتي

الخطوة الاولى: تهيئة المجتمع الابتدائي Initialize A Population

يتم توليد مجتمع ابتدائي من الحلول ونشرها على d من الابعاد من مساحة المشكلة مع مواقع عشوائية وحساب قيمة دالة اللياقة لهذه المجتمع.

الخطوة الثانية: التكاثر Reproduction

يسمح للنبات في مجتمع النباتات بإنتاج البذور seed (التكاثر) وذلك اعتمادا على قيمة دالة اللياقة الخاصة به وكذلك الحد الأعلى و الأدنى لدالة اللياقة في المستعمرة, اذ يزداد عدد البذور التي ينتجها النبات خطيا من الحد الأدنى الممكن لإنتاج البذور الى أقصى حد ممكن , وبعبارة اخرى فان النبات ينتج البذور اعتمادا على قيمة دالة اللياقه الخاصة به واقل دالة لياقه للمستعمرة واعلى دالة لياقة للمستعمرة وذلك للتاكد من ان الزيادة تكون خطية

المعادلة ادناه توضح عملية التكاثر للأعشاب الضارة :

$$seed_i = floor\left(\frac{f_i - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}\left(S_{\max} - S_{\min}\right)\right) + S_{\min} \qquad (٤)$$

حيث ان Floor تدل على ان البذور تقرب لاقرب عدد صحيح، f_i تمثل دالة اللياقه ل i من الأعشاب الضارة، $f_{\min}\, and\, f_{\max}$: تمثل الحد الأقصى والأدنى لقيمة دالة اللياقة في لمستعمرة وان $S_{\max}\, and\, S_{\min}$ تمثل الحد الأقصى والأدنى لعدد البذور التي سوف تنتج في المستعمرة.

تمثل الصيغة اعلاه العلاقة الرياضية بين عدد البذور وقيمة دالة اللياقة للأعشاب الضارة اذ ينخفض عدد البذور مع زيادة قيمة دالة اللياقة وعدد البذور يتراوح بين ال $S_{\max}$ و $S_{\min}$. تعتبر الأفراد القابلة للتكاثر هي تلك الأفراد ذوات أفضل قيمة لدالة اللياقة من الأفراد غير الملائمة للاستخدام وتعني كلمة "أفضل" هنا هي ان لهذه الأفراد فرصة اكبر للبقاء على قيد الحياة والتكاثر . لذا لايسمح للأفراد غير الملائمة للاستخدام بالتكاثر. ومع ذلك فان وجهة النظر هذه تتجاهل شيء مهما الا وهو ان الخوارزمية التطورية هي طريقة احتمالية وتكرارية , فمن الممكن ان بعض الأفراد غير الملائمة للاستعمال تحمل في داخلها معلومات اكثر فائدة من الأفراد الملائمة خلال عملية التطور . علاوة على ذلك غالبا ما يستطيع النظام الوصول الى النقطة المثلى اذا كان بالامكان عبور المنطقة غير قابلة للتطبيق (وخاصة في فضاء البحث غير المحدب). لذا اقترحت تقنية التكاثر اعلاه لاعطاء فرصة اكبر للأفراد غير الملائمة للاستخدام للبقاء على قيد الحياة , وهذه العملية مماثلة للآلية التي تحدث في الطبيعة.

الخطوة الثالثة: التشتت المكاني Spatial Dispersal

توفر هذه الخطوة لخوارزمية الأعشاب الضارة خاصيتي العشوائية والتكيف, اذ يتم توزيع البذور المتولدة عشوائيا على d من الابعاد في فضاء البحث بواسطة ارقام عشوائية تتوزع توزيعا طبيعيا بمعدل (μ=0) وتباين متغير. وهذا يعني ان البذور سيتم توزيعها عشوائيا بحيث انها تقع بالقرب من النبات الام. الا ان الانحراف المعياري Standard deviation (SD) (σ) للدالة العشوائية سيخفض

من قيمة اولية محددة مسبقا $(\sigma_{initial})$ الى قيمة نهائية (σ_{final}) في كل خطوة (كل جيل), من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma_{iter} = \frac{(iter_{\max} - iter)^n}{(iter_{\max})^n}(\sigma_{initial} - \sigma_{final}) + \sigma_{final} \qquad (٥)$$

اذ ان σ_{iter} يمثل الانحراف المعياري في الخطوة الحالية، $iter_{\max}$ يمثل الحد الأقصى من التكرارات، وان n يمثل معدل التاشير اللاخطي. يضمن هذا التحويل ان احتمالية اسقاط البذور في منطقة بعيدة ينخفض بشكل غير خطي في كل خطوة زمنية مما يؤدي الى تجميع النباتات المجربة وازالة النباتات غير الملائمة.

يتم حساب موقع البذور الجديدة باستخدام المعادلة التالية:

$$x_{son} = x_{parent} + sd = x_{parent} + random * \sigma_{iter} \qquad (٦)$$

حيث ان x_{son} يمثل موقع الذرية وان x_{parent} يمثل موقع الابا، في حين Random يمثل توليد اعداد عشوائية من التوزيع الطبيعي القياسي محصورة ضمن الفترة [0,1].

الخطوة الرابعة: الإقصاء التنافسي Competitive Exclusion

إذا كان النبات لايترك أي نسل فسوف ينقرض من الوجود, لذا دعت الحاجة الى نوع من التنافس بين النباتات للحد من العدد الأقصى من النباتات في المستعمرة . بعد مرور بعض التكرارات فان عدد النباتات في المستعمرة تصل الى الحد الأقصى عن طريق التكاثر السريع ومع ذلك فمن المتوقع ان يتم استنساخ النباتات المجربة اكثر من النباتات غير الملائمة . عند الوصول الى الحد الأقصى لعدد النباتات في المستعمرة $P_{\max}$ فسوف تنشط آلية إقصاء النباتات ذات دالة اللياقة الضعيفة لذلك الجيل. اذ تعمل آلية الإقصاء على النحو التالي: عندما يتم الوصول الى الحد الأقصى لعدد الأعشاب في

المستعمرة يسمح لكل عشب بإنتاج البذور وذلك وفقا للآلية المذكورة في الخطوة (٢) (التكاثر), ثم يتم السماح للبذور المنتجة بالإنتشار في منطقة البحث وذلك وفقا للخطوة (٣) (التشتت المكاني). عندما تجد جميع البذور مواقعها في منطقة البحث يتم ترتيبها مع آبائها (كمستعمرة من الأعشاب الضارة). بعد ذلك يتم القضاء على الأعشاب الضارة ذات دالة اللياقة المنخفضة للوصول الى الحد الأقصى المسموح به للمجتمع في المستعمرة . وبهذه الطريقة ترتب النباتات وذريتها معا والعنصر ذو أفضل دالة لياقة سينجو ويبقى على قيد الحياة مع السماح لعملية التكرار داخل الخوارزمية . وكما ذكر سابقا في الخطوة (٢) فإن هذه الآلية تعطي فرصة للنباتات ذات دالة اللياقة المنخفضة لإعادة الإنتاج فإن كانت ذريتها ذات دالة لياقة جيدة في المستعمرة فستنجو وتبقى على قيد الحياة بعبارة اخرى لايتم إقصائها. وتطبق آلية التحكم بالمجتمع على الذرية ايضاً لحين إنتهاء مرحلة معينة مما يحقق الإقصاء التنافسي.

٣.٣ خوارزمية المفترسات البحرية

تم أقتراح هذه الخوارزمية في عام (٢٠٢٠) من قبل مجموعة من الباحثين Afshin Faramarzi ,Mohammad Heidarinejad ,Seyedali Mirjalili ,Amir (H.Gandommi (Abd Elaziz et al., 2020; Abdel-Basset, El-Shahat, Chakrabortty, & Ryan, 2021; Abdel-Basset, Mohamed, Chakrabortty, Ryan, & Mirjalili, 2021; Elaziz et al., 2020; Faramarzi, Heidarinejad, Mirjalili, & Gandomi, 2020) حيث أن المصدر الرئيسي لخوارزمية المفترسات البحرية هو أستراتيجية البحث المنتشر وبحركات ليفي وبروانية في مفترسات المحيطات الى جانب معدل المواجهة المثلى في التفاعل البايولوجي بين المفترس والفريسة . تتبع خوارزمية المفترسة البحرية (MAP) القواعد التي تتحكم بشكل طبيعي في أستراتيجية البحث الأمثل التي تواجه معدل المواجهة بين المفترس والفريسة في النظم البيئية البحرية . يستكشف في هذا القسم عملية تطوير خوارزمية المفترسات البحرية بأسلوب بسيط وفعال للأستفادة من الطرق المثلى للتحسين.

على غرار معظم الخصائص الوصفية فأن خوارزمية المفترسات البحرية هي طريقة واحدة على السكان ، حيث يتم توزيع الحل الأولي أو أكثر من فضاء البحث كما في الصيغة الأولية التالية:

$$X_0 = X_{\min} + rand\left(X_{\max} - X_{\min}\right) \quad (7)$$

حيث ان $X_{\min}, X_{\max}$ هما الحد الأدنى والأعلى للمتغيرات و rand هو متجه عشوائي منتظم في النطاق والمدى من ٠ إلى ١. بناءً على بقاء النظرية الأصلح ، يُقال أن الحيوانات المفترسة العليا في الطبيعة هي أكثر موهبة في البحث عن الطعام. وبالتالي ، يتم ترشيح الحل الأنسب كأفضل مفترس لبناء مصفوفة تسمى النخبة. تشرف مصفوفات هذه المصفوفة على البحث عن الفريسة وايجادها بناءً على المعلومات الخاصة بمواقع الفريسة.

$$Elite = \begin{pmatrix} X^1_{1,1} & \cdots & X^1_{1,d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X^1_{n,1} & \cdots & X^1_{n,d} \end{pmatrix}_{n,d} \quad (8)$$

حيث يمثل X^1 متجه المفترس الأعلى ، والذي يتكرر n مرة لبناء مصفوفة النخبة . n هو عدد وكلاء البحث بينما d هو عدد الأبعاد . من الملاحظة أن كلاً من المفترس والفريسة يعتبران وكلاء البحث لأنه بحلول الوقت الذي يبحث فيه المفترس عن فريسته ، تبحث الفريسة عن طعامها الخاص وفي نهاية كل تكرار ، سيتم تحديث النخبة إذا تم استبدال المفترس الأعلى بالمفترس الأفضل . مصفوفة أخرى بنفس أبعاد النخبة تسمى الفريسة (Prey) والتي يقوم المفترسون بتحديث مواقعهم بناءً عليها . بعبارة بسيطة يُنشئ التهيئة الفريسة الأولية التي يبني أصلح (مفترس) منها النخبة . تظهر الفريسة على النحو التالي:

$$\Pr ey = \begin{pmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & \cdots & X_{nd} \end{pmatrix}_{nd} \quad (9)$$

في المصفوفة أعلاه حيث أن X_{ij} الذي يمثل البعد للفريسة . وتجدر الإشارة إلى أن عملية التحسين بأكملها مرتبطة بشكل أساسي ومباشر بهاتين المصفوفتين.

تنقسم عملية تحسين خوارزمية المفترسات البحرية (MPA) إلى ثلاث مراحل رئيسية من التحسين مع مراعاة نسبة السرعة المختلفة وفي نفس الوقت محاكاة الحياة الكاملة للحيوان المفترس والفريسة.

المرحلة الاولى: في معدل السرعة العالية أو عندما يتحرك المفترس أسرع من الفريسة يحدث هذا السيناريو في التكرارات الأولية للأمثلية ، حيث يكون الاستكشاف مهماً. بناءً على القواعد المستخرجة من الشكل ١. بالنسبة لمعدل السرعة العالية $(V > 10)$ ، فإن أفضل استراتيجية للحيوان المفترس لا يتحرك على الإطلاق.

ويتم تطبيق النموذج الرياضي لهذه القاعدة على النحو التالي:

$$\begin{aligned}
&While\ Iter < \frac{1}{3} Max - Iter \\
&\overrightarrow{stepsize_i} = \overrightarrow{R_B} \otimes \left(\overrightarrow{Elite_i} - \overrightarrow{R_B} \otimes \overrightarrow{\Pr ey_i} \right)_i \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad (10) \\
&\overrightarrow{\Pr ey_i} = \overrightarrow{Elite_i} + P.\vec{R} \otimes \overrightarrow{stepsize_i}
\end{aligned}$$

حيث ان R_B عبارة عن متجه يحتوي على أرقام عشوائية بناءً على أساس التوزيع الطبيعي الذي يمثل الحركة البراونية. يظهر الترميز كرونكر $\otimes$ مضاعفات الدخول.

المرحلة الثانية: في معدل سرعة الوحدة أو عندما يتحرك كل من المفترس والفريسة بنفس الوتيرة ، فإنه يحاكي على أن كلاهما يبحثون عن الفريس. ويحدث هذا القسم في المرحلة المتوسطة من التحسين حيث يحاول الاستكشاف أن يكون عابراً للاستغلال. في هذه المرحلة ، يكون كل من الاستكشاف والاستغلال مهمين ، وبالتالي ، يتم تعيين أو تخصيص نصف السكان للاستكشاف والنصف الآخر للاستغلال. وفي هذه الحالة يكون الفريسة هي المسؤولة عن الاستغلال والحيوان المفترس للاستكشاف. أستناداً الى القاعدة ، في نسبة سرعة الوحدة $(V \approx 1)$ إذا تحركت الفريسة في ليفي ، فإن أفضل استراتيجية للمفترس هي البراونية.

وهكذا تأخذ هذه الدراسة فحركات الفريسة في ليفي بينما يتحرك المفترس في البراوني.

بينما $\frac{1}{3} Max - Iter < Iter < \frac{2}{3} Max - Iter$ للنصف الأول من السكان والنموذج الرياضي على النحو التالي:

$$\overrightarrow{stepsize_i} = \overrightarrow{R_L} \otimes \left(\overrightarrow{Elite_i} - \overrightarrow{R_L} \otimes \overrightarrow{\text{Pr}ey_i} \right)_i \quad i = 1,2,3,\ldots,n/2$$
$$\overrightarrow{\text{Pr}ey_i} = \overrightarrow{Elite_i} + P.\overrightarrow{R} \otimes \overrightarrow{stepsize_i} \qquad (11)$$

حيث أن $\overrightarrow{R_L}$ هو متجه للأرقام العشوائية على أساس توزيع ليفي الذي يمثل حركة ليفي. والضرب من $\overrightarrow{R_L}$ و $\overrightarrow{\text{Pr}ey_i}$ يحاكي حركة الفريسة بطريقة ليفي مع إضافة حجم الخطوة إلى موضع الفريسة الذي يحاكي حركة الفريسة.

نظرًا لأن معظم حجم خطوة التوزيع ليفي يرتبط بخطوات صغيرة ، هذه الحالة يساعد في الاستغلال وبالنسبة للنصف الثاني من السكان ، تفترض هذه الدراسة. حجم الخطوات على النحو التالي :

$$\overrightarrow{stepsize_i} = \overrightarrow{R_B} \otimes \left(\overrightarrow{R_B} \otimes \overrightarrow{Elite_i} - \overrightarrow{\text{Pr}ey_i} \right)_i \quad i = n/2,3,\ldots,n$$
$$\overrightarrow{\text{Pr}ey_i} = \overrightarrow{Elite_i} + P.CF \otimes \overrightarrow{stepsize_i} \qquad (12)$$

يعتبر $CF = \left(1 - \frac{Iter}{Max - Iter}\right)^{2\frac{Iter}{Max-Iter}}$ معلمة التكيفية للتحكم في حجم الخطوة لحركة المفترس. يحاكي ضرب $\overrightarrow{R_B}$ و $Elite_i$ حركة المفترس بطريقة براونية بينما تقوم الفريسة بتحديث موقعها بناءً على حركة الحيوانات المفترسة في الحركة البراونية.

المرحلة الثالثة: في معدل السرعة المنخفضة أو عندما يتحرك المفترس أسرع من الفريسة. يحدث هذا السيناريو في المرحلة الأخيرة من عملية التحسين والتي ترتبط في الغالب بقدرة عالية على الاستغلال. في معدل السرعة المنخفضة (V = 0.1) فإن أفضل استراتيجية للمفترس هي ليفي ويتم تقديم هذه المرحلة على النحو التالي:

$$While\ Iter > \frac{1}{3} Max - Iter$$
$$\overrightarrow{stepsize_i} = \overrightarrow{R_L} \otimes \left(\overrightarrow{R_L} \otimes \overrightarrow{Elite_i} - \overrightarrow{\text{Pr}ey_i} \right) \quad i = 1,2,3,\ldots,n \qquad (13)$$
$$\overrightarrow{\text{Pr}ey_i} = \overrightarrow{Elite_i} + P.CF \otimes \overrightarrow{stepsize_i}$$

مضاعفة $\vec{R}_L$ و $Elite$ التي تحاكي حركة المفترس في إستراتيجية ليفي مع إضافة حجم الخطوة إلى موضع النخبة للمساعدة في تحديث موقع الفريسة.

٤. النتائج والمناقشة

لغرض استعراض استخدام الخوارزميات الثلاثة المذكورة في متن البحث تم استخدام خمسة امثلة مختلفة الحجم والسعة تمثل حقيبة المستثمر وحسب الجدول ١.

جدول ١: يوضح امثلة حقيبة المستثمر

Instance	dimension	capacity M	weights w	profits c
Mkp-1	4	20	w={6 5 9 7}	c={9 11 13 15}
Mkp-2	4	11	w={2 4 6 7}	c={6 10 12 13}
Mkp-3	10	269	w={95 4 60 32 23 72 80 62 65 46}	c={55 10 47 5 4 50 8 61 85 87}
Mkp-4	15	375	w={56.358531 80.874050 47.987304 89.596240 74.660482 85.894345 51.353496 1.498459 36.445204 16.589862 44.569231 0.466933 37.788018 57.118442 60.716575}	c={0.125126 19.330424 58.500931 35.029145 82.284005 17.410810 71.050142 30.399487 9.140294 14.731285 98.852504 11.908322 0.891140 53.166295 60.176397}
Mkp-5	23	10000	w={983 982 981 980 979 978 488 976	c={981 980 979 978 977 976 487 974 970

	972 486 486 972 972 485 485 969 966 483 964 963 961 958 959}	485 485 970 970 484 484 976 974 482 962 961 959 958 857}

ولغرض تسليط الضوء على اسلوب عمل الخوارزميات الموضحة بالجانب النظري تم تلخيص النتائج وعرضها في الجدولين ٢ و ٣. حيث تم تكرار كل خوارزمية ٣٠ مرة. من خلال ملاحظة هذه النتائج يتضح من الجدول ٢ بان جميع الخوارزميات حصلت على نفس النتائج فيما يخص الحصول على افضل حل وافضل ربح. في حين نلاحظ من نتائج الجدول ٣ بان خوارزمية المفترسات حققت اقل عدد من التكرارات للوصول الى الحل الامثل مقارنة بخوارزمية القب الاسود وخوارزمية الاعشاب الضارة.

كذلك تم ملاحظة بان خوارمية الاعشاب الضارة اعطت نتائج افضل من خوارزمية الثقب الاسود وهذا قد يعود الى امكانية الخوارزمية في البحث عن الحلول افضل مقارنة بخوارزمية الثقب الاسود على الرغم من ان خوارزمية الثقب الاسود لاتحتاج الى معلمات اولية في عمل الخوارزمية مقارنة بالخوارزميتين الاخريتين.

جدول ٢: نتائج الخوارزميات فيما يخص افضل حل

Instance	Methods	Total profit	Total weight	Best
Mkp-1	BHA	35	18	35
	IWO	35	18	35
	MAP	35	18	35
Mkp-2	BHA	23	11	23
	IWO	23	11	23
	MAP	23	11	23
Mkp-3	BHA	295	269	295
	IWO	295	269	295
	MAP	295	269	295
Mkp-4	BHA	481.0694	354.9608	481.07
	IWO	481.0694	354.9608	481.07

	MAP	481.0694	354.9608	481.07
Mkp-5	BHA	9767	9768	9767
	IWO	9767	9768	9767
	MAP	9767	9768	9767

جدول ٣: نتائج الخوارزميات حسب عدد التكرارات والحل الامثل.

Instance	Methods	Mean iterations	solution vector
Mkp-1	BHA	1	1101
	IWO	1	1101
	MAP	1	1101
Mkp-2	BHA	1	0101
	IWO	1	0101
	MAP	1	0101
Mkp-3	BHA	٥.١٢	0111000111
	IWO	٤.٦٣	0111000111
	MAP	3.٤١	0111000111
Mkp-4	BHA	1	001010110111011
	IWO	1	001010110111011
	MAP	1	001010110111011
Mkp-5	BHA	6.٩٢	11111111010000011000000
	IWO	5.٦٦	11111111010000011000000
	MAP	٤.٨٥	11111111010000011000000

٥. الاستنتاجات

تعتبر مسألة حقيبة الظهر أو المستثمر متعدد الأبعاد من مسائل الأمثلية التوافقية الصعبة (المتقطعة) المقيدة المهمة والمعروفة جدا في بحوث العمليات والأمثلية . ولغرض الوصول الى افضل الحلول تم في هذا البحث استعراض ثلاثة خاورزميات استخدمت في حل هذه المسائلة. اذ تفوقت خوارزمية المفترسات البحرية وهي خوارزمية حديثة جدا على خوارزمية الاعشاب الضارة وخوارزمية الثقب الاسود في الحصول على افضل احل وباقل وقت ممكن. في حين جاءت خوارزمية القب الاسود في المرتبة الثالثة على الرغم من انها لا تحتاج الى تحديد اي معلمة بالخوارزمية قبل عملها.

المصادر

Abd Elaziz, M., Shehabeldeen, T. A., Elsheikh, A. H., Zhou, J., Ewees, A. A., & Al-qaness, M. A. A. (2020). Utilization of Random Vector Functional Link integrated with Marine Predators Algorithm for tensile welded aluminum alloy behavior prediction of dissimilar friction stir joints. *Journal of Materials Research and Technology, 9*(5), 11370-11381. doi:10.1016/j.jmrt.2020.08.022

Abdel-Basset, M., El-Shahat, D., Chakrabortty, R. K., & Ryan, M. (2021). Parameter estimation of photovoltaic models using an improved marine predators algorithm. *Energy Conversion and Management, 227*. doi:10.1016/j.enconman.2020.113491

Abdel-Basset, M., Mohamed, R., Chakrabortty, R. K., Ryan, M., & Mirjalili, S. (2021). New binary marine predators optimization algorithms for 0–1 knapsack problems. *Computers & Industrial Engineering, 151*. doi:10.1016/j.cie.2020.106949

Bhattacharjee, K. K., & Sarmah, S. P. (2015). *A binary firefly algorithm for knapsack problems*. Paper presented at the 2015 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM).

Elaziz, M. A., Ewees, A. A., Yousri, D., Alwerfali, H. S. N., Awad, Q. A., Lu, S., & Al-Qaness, M. A. A. (2020). An Improved Marine Predators

Algorithm With Fuzzy Entropy for Multi-Level Thresholding: Real World Example of COVID-19 CT Image Segmentation. *IEEE Access, 8*, 125306-125330. doi:10.1109/ACCESS.2020.3007928

Faramarzi, A., Heidarinejad, M., Mirjalili, S., & Gandomi, A. H. (2020). Marine Predators Algorithm: A nature-inspired metaheuristic. *Expert Systems with Applications, 152*. doi:10.1016/j.eswa.2020.113377

Haddar, B., Khemakhem, M., Hanafi, S., & Wilbaut, C. (2015). A hybrid heuristic for the 0–1 Knapsack Sharing Problem. *Expert Systems with Applications, 42*(10), 4653-4666. doi:10.1016/j.eswa.20 ١٥,٠١,٠٤٩

Hatamlou, A. (2013). "Black hole: A new heuristic optimization approach for data clustering". *Information sciences, 222*, 175-184.

Hatamlou, A. (2017). Solving travelling salesman problem using black hole algorithm. *Soft Computing, 22*(24), 8167-٨١٧٥. doi:10.1007/s00500-017-2760-y

He, Y., Xie, H., Wong, T.-L., & Wang, X. (2018). A novel binary artificial bee colony algorithm for the set-union knapsack problem. *Future Generation Computer Systems, 78*, 77-86. doi:10.1016/j.future.2017.05.044

Jayabarathi, T., Yazdani, A., & Ramesh, V. (2012). Application of the invasive weed optimization algorithm to economic dispatch problems. *Frontiers in Energy, 6*(3), 255-259. doi:10.1007/s11708-012-0202-1

Josinski, H., Kostrzewa, D., Michalczuk, A., & Switonski, A. (2014). The expanded invasive weed optimization metaheuristic for solving continuous and discrete optimization problems. *ScientificWorldJournal, 2014*, 831691. doi:10.1155/2014/831691

Kumar, S., Datta, D., & Singh, S. K. (2015). "Black hole algorithm and its applications" *Computational intelligence applications in modeling and control* (pp. 147-170): Springer.

Liu, J., Chung, F.-L., & Wang, S. (2018). Black Hole Entropic Fuzzy Clustering. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 48*(٩), ١٦٢٢-١٦٣٦. doi:10.1109/tsmc.2017.2682883

Liu, J., Wu, C., Cao, J., Wang, X., & Teo, K. L. (2016). A Binary differential search algorithm for the 0–1 multidimensional knapsack problem. *Applied Mathematical Modelling, 40*(23-24), 9788-9805. doi:10.1016/j.apm.2016.06.002

Niknamfar, A. H., & Niaki, S. T. A. (2018). A binary-continuous invasive weed optimization algorithm for a vendor selection problem. *Knowledge-Based Systems, 140*, 158-172. doi:10.1016/j.knosys.2017.11.004

Panda, M. R., Dutta, S., & Pradhan, S. (2017). Hybridizing Invasive Weed Optimization with Firefly Algorithm for Multi-Robot Motion Planning.

Arabian Journal for Science and Engineering, 43(8), 4029-4039. doi:10.1007/s13369-017-2794-6

Pashaei, E., & Aydin, N. (2017a). Binary black hole algorithm for feature selection and classification on biological data. *Applied Soft Computing, 56*, 94-106. doi:10.1016/j.asoc.2017.03.002

Pashaei, E., & Aydin, N. (2017b). "Binary black hole algorithm for feature selection and classification on biological data". *Applied Soft .Computing, 56*, 94-106

Pashaei, E., Pashaei, E., & Aydin, N. (2019). Gene selection using hybrid binary black hole algorithm and modified binary particle swarm optimization. *Genomics, 111*(4), 669-686. doi:10.1016/j.ygeno.2018.04.004

Patvardhan, C., Bansal, S., & Srivastav, A. (2015). Solving the 0–1 Quadratic Knapsack Problem with a competitive Quantum Inspired Evolutionary Algorithm. *Journal of Computational and Applied Mathematics, 285*, 86-99. doi:10.1016/j.cam.2015.02.016

Al-Thanoon, N. A., & Algamal, Z. Y. (2020). Feature selection ,.Qasim, O. S based on chaotic binary black hole algorithm for data classification. *.Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 204*, 104104